

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله دارای یک ریشه مضاعف است هرگاه $\Delta = 0$ باشد. بنابراین:

$$\Delta = 4 - 20m = 0 \Rightarrow 20m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به خواص قدرمطلق داریم:

$$|3x + 1| < 5 \Rightarrow -5 < 3x + 1 < 5 \xrightarrow{-1} -6 < 3x < 4 \xrightarrow{\div 3} -2 < x < \frac{4}{3}$$

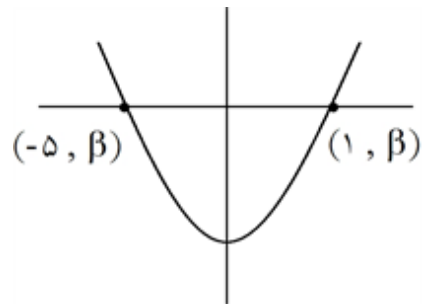
بنابراین تنها اعداد صحیحی که در رابطه فوق صدق می‌کنند عبارتند از: $\{-1, 0, 1\}$. بنابراین تنها ۳ عدد صحیح در معادله صدق می‌کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{-5+1}{2} = -2, \text{ راس سهمی } y = -\frac{1}{2}$$

$$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} \xrightarrow{x=0, y=\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = 4a - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{1}{2} \xrightarrow{x=1} \beta = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای اینکه معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد باید:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1)(m+5) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 16m + 20 < 0$$

$$\Rightarrow -16m < -20 \Rightarrow m > \frac{-20}{-16} \Rightarrow m > \frac{5}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه جواب هر نامعادله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x-5}{4} < 2x-3 \Rightarrow x-5 < 8x-12 \Rightarrow -7x < -7 \Rightarrow x > 1$$

$$\frac{|x-2|}{2} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow |x-2| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x-2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$$

$$(1, \infty) \cap \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right] = \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$$

$$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) : \text{رأس سهمی}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پس رأس سهمی $S\left(\frac{2}{k}, -\frac{4}{k} - 6\right)$ است. این نقطه باید روی خط $y = -4x - 6$ قرار گیرد.

$$\Rightarrow -\frac{4}{k} - 6 = -\frac{8}{k} - 6 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه عرض رأس سهمی $-\frac{4}{2} - 6 = -8$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\frac{2x+1}{3x+2} > 2 \Rightarrow \frac{2x+1}{3x+2} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{2x+1-6x-4}{3x+2} = \frac{-4x-3}{3x+2} > 0 \Rightarrow x \in \left(-\frac{3}{4}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \text{Max}(b-a) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

از معادله سهمی داریم:

$$x_s = \frac{-4}{2a} \Rightarrow \frac{-4}{2a} = 2 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{x_s=2} y_s = -(2)^2 + 4(2) + 5 = 9$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۹

$$A = \frac{-x^2 + 5x + 14}{x^2 - x + 3}$$

$$-x^2 + 5x + 14 = -(x^2 - 5x - 14) = -(x+2)(x-7)$$

برای عبارت $x^2 - x + 3$ ، دلتا منفی و ضریب x^2 مثبت است، پس این عبارت همواره مثبت است. با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت موردنظر سؤال، در بازه $(-2, 7)$ و در نتیجه در تمام زیرمجموعه‌های آن مثبت است.

x	-2	7
$-x^2 + 5x + 14$	-	+
$x^2 - x + 3$	+	+
A	-	+

در بین گزینه‌ها تنها $(-1, 5)$ قابل قبول است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$(x-2)^2 = (\sqrt{2}-3)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} x-2 = \pm(\sqrt{2}-3) \begin{cases} x_1 = \sqrt{2}-1 \\ x_2 = -\sqrt{2}+5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ برابر با $-\frac{b}{2a}$ است. ۱۱

$$\begin{cases} a = m \\ b = m-1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-(m-1)}{2m} = 2 \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 4m = -m+1 \Rightarrow 5m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\left| \frac{x+1}{2} - 1 \right| \geq 3 \Rightarrow \frac{|x+1-2|}{2} \geq 3 \Rightarrow \frac{|x-1|}{2} \geq 3$$

$$\xrightarrow{\times 2} |x-1| \geq 6 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 6 \Rightarrow x \geq 7 \\ x-1 \leq -6 \Rightarrow x \leq -5 \end{cases} \Rightarrow \text{شامل بی شمار عدد طبیعی}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$-19 < x < 11 \Rightarrow \left| x - \frac{11-19}{2} \right| < \frac{11+19}{2} \Rightarrow |x+4| < 15$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

چون سهمی پایین‌ترین نقطه دارد پس $a > 0$ ، چون طول رأس سهمی منفی است پس $-\frac{b}{2a} < 0$ ، بنابراین $b > 0$.
همچنین عرض نقطه تقاطع سهمی با محور عرض‌ها منفی است، پس $c < 0$ ، در نتیجه $abc < 0$ ، $ab > 0$ ، $ac < 0$ و $bc < 0$ می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول تعیین علامت داده شده مشخص می‌شود که عبارت P نمی‌تواند از درجه دوم باشد زیرا عبارت P دارای فقط یک ریشه است و در طرفین این ریشه تغییر علامت اتفاق می‌افتد (اگر عبارت درجه دوم دارای ریشه مضاعف باشد، علامت آن در طرفین ریشه مضاعف تغییر نخواهد کرد)، پس باید $a = 0$ باشد، در این صورت باید $x = 3$ ریشه عبارت درجه اول $P = bx + c$ باشد یعنی عبارت P باید به ازای $x = 3$ برابر صفر شود.
 $3b + c = 0 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = 0 + (-2) = -2$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$y = a(x+1)(x-3) \xrightarrow{(1,1)} a = \frac{-1}{4} \Rightarrow \text{قطع می‌کند.} \left(0, \frac{3}{4}\right) \Rightarrow c = \frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Rightarrow 4(m+2)^2 + 4m < 0 \Rightarrow m^2 + 5m + 4 < 0 \Rightarrow -4 < m < -1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$x^2 + 2x - 13 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = 13 \xrightarrow{+1} x^2 + 2x + 1 = 14 \Rightarrow (x+1)^2 = 14$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 14 \end{cases} \Rightarrow (1, 14)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$y = a(x+2)(x-4) \xrightarrow[y=-4]{x=0} -4 = -8a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 8)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4, 9 - x = 0 \Rightarrow x = 9, 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4$$

X	$-\infty$	-4	4	9	$+\infty$
$X+4$	-	-	+	+	+
$9-X$	+	+	+	-	-
$2X-8$	-	-	+	+	+
P	$\boxed{+}$	-	$\boxed{+}$	-	-

اعداد طبیعی $x < -4$ یا $4 < x < 9 \longrightarrow x = 5, 6, 7, 8 \Rightarrow 4$ عدد

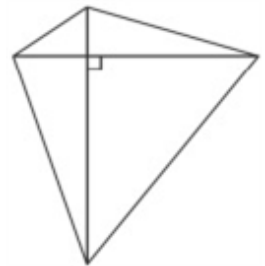
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

الف) چهارضلعی مقابل دو قطر هم‌اندازه و عمود بر هم دارد ولی مربع نیست.

ب) این گزاره تمرین کتاب درسی است.

ج) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین مثال نقض این گزاره است.

بنابراین فقط گزاره‌ی (ب) درست است.



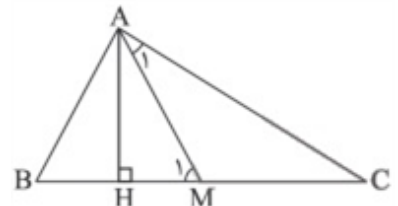
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۲

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\triangle AMH$ ، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° نصف وتر است و بالعکس، پس داریم:

$$AH = \frac{1}{2} AM \Rightarrow \widehat{M}_1 = 30^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} AM = MC \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C} \\ \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} \end{aligned} \right\}$$

$$\widehat{M}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} \longrightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C} = 15^\circ$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که با رسم تمام قطرهای از یک رأس n ضلعی، تعداد $(n - 2)$ مثلث ایجاد می‌شود. ۲۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \Rightarrow n = 12$$

$$\alpha = \frac{(n-2)180^\circ}{n} = \frac{10 \times 180^\circ}{12} = 150^\circ$$

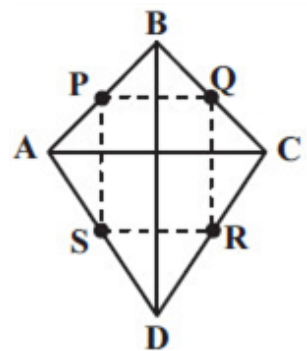
$$\beta = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$150^\circ - 30^\circ = 120^\circ = \text{اختلاف زاویه داخلی و خارجی یک رأس}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر چهارضلعی که اقطارش منصف یکدیگر باشند، متوازی الاضلاع است. ۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل حاصل از وصل کردن وسط های اضلاع یک چهارضلعی محدب به هم یک متوازی الاضلاع ۲۶

است. در متوازی الاضلاع PQRS، $PQ = RS = \frac{AC}{2}$ و $PS = QR = \frac{BD}{2}$ است. بنابراین در صورتی که دو قطر AC و BD در چهارضلعی ABCD با هم مساوی باشند، چهارضلعی PQRS لوزی خواهد بود.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق قضیه خطوط موازی و مورب $\widehat{AED} = x$ و چون مثلث AED متساوی الساقین است: ۲۷

می دانیم در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبه رو با هم مساوی اند، پس:

$$x + z = y$$

از رابطه های $x + z = y$ و $y + z = 120^\circ$ می توان نتیجه گرفت که:

$$(x + z) + z = 120^\circ \Rightarrow x + 2z = 120^\circ$$

و در مثلث ADE داریم: $2x + z = 180^\circ$ ، پس:

$$\begin{cases} x + 2z = 120^\circ \\ 2x + z = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 80^\circ \\ z = 20^\circ \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب، برابر با $\frac{n(n-3)}{2}$ است، پس طبق فرض مسأله، داریم: ۲۸

$$\frac{n(n-3)}{2} = n + 42 \Rightarrow n(n-3) = 2(n+42) \Rightarrow n^2 - 3n = 2n + 84 \Rightarrow n^2 - 5n - 84 = 0$$

$$\Rightarrow (n-12)(n+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 12 \text{ قابل قبول} \\ n = -7 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد قطر ها} = \frac{12 \times (12-3)}{2} = 54$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از تلاقی نیمسازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع به اضلاع a و b ، یک مستطیل به اضلاع $|a - b| \sin \frac{\beta}{2}$ و $|a - b| \sin \frac{\alpha}{2}$ تشکیل می‌گردد، که در آن α و β زوایای متوازی‌الاضلاع‌اند.

پس برای آن‌که این مستطیل یک مربع باشد باید:

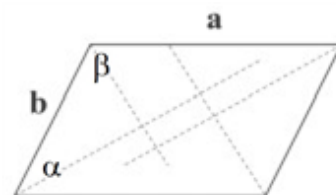
$$(a - b) \sin \frac{\alpha}{2} = (a - b) \sin \frac{\beta}{2} \xrightarrow{a \neq b} \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \frac{\beta}{2}$$

$$\xrightarrow[\frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}]{\alpha + \beta = 180^\circ} \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 45^\circ \Rightarrow \alpha - \beta = 90^\circ \Rightarrow$$

چهارضلعی اولیه یک مستطیل بوده است.

توجه کنید که اگر $a = b$ باشد، متوازی‌الاضلاع مفروض یک لوزی بوده و قطرهای آن نیمساز زوایا می‌باشند، پس از تلاقی آن‌ها هیچ چندضلعی ایجاد نمی‌شود.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر n ضلعی دارای $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر است پس:

$$\frac{(n+3)(n+3-3)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 36 \Rightarrow \frac{(n+3)n}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 36 \Rightarrow \cancel{n} + 3n = \cancel{n} - 3n + 72$$

$$6n = 72 \Rightarrow n = 12$$

$$\alpha = \frac{\text{مجموع کل زوایای داخلی}}{n} = \frac{(n-2) \times 180}{n} = \frac{10 \times 180}{12}$$

درجه 150

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دمای جسم را از درجه فارنهایت به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=50^\circ F} 50 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow 18 = \frac{9}{5}\theta \Rightarrow \theta = 10^\circ C$$

اکنون مقیاس دمای سلسیوس را به کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta=10^\circ C} T = 10 + 273 = 283 K$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T \xrightarrow[L_0=2m, \alpha=5 \times 10^{-5} \frac{1}{C}]{\Delta T=320-20=300^\circ C}$$

$$\Delta L = 2 \times 5 \times 10^{-5} \times 300 = 3 \times 10^{-2} m = 3 \times 10^{-2} \times 10^3 mm = 30 mm$$

مساحت قسمت رنگ شده را حساب می‌کنیم.

$$A_1 = (20)^2 - \pi(5)^2 \Rightarrow A_1 = 400 - 75 \Rightarrow A_1 = 325 \text{ cm}^2$$

تغییر سطح خواهد شد:

$$\Delta A = A_1 (\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \Delta A = 325 (2 \times 15 \times 10^{-6}) \times 200$$

$$\Delta A = 195 \text{ cm}^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta V_{\text{واقعی}} = \Delta V_{\text{ظاهری}} + \Delta V_{\text{ظرف}}, \Delta V_{\text{ظاهری}} = 5 \text{ cm}^3$$

$$V_1 \beta (\Delta \theta) = 5 + V_2 (\alpha) \Delta \theta \Rightarrow 1000 \times \beta \times 50 = 5 + (1000 \times 3 \times 10^{-5} \times 50)$$

$$5 \times 10^4 \beta = 5 + 1/5 \Rightarrow 5 \times 10^4 \beta = 6/5 \Rightarrow \beta = \frac{6/5}{5 \times 10^4} = \frac{13}{10} = 13 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رابطه تغییرات چگالی، مشابه رابطه تغییرات حجم است. با این تفاوت که چون جرم ثابت

است و حجم تغییر می‌کند، علامت منفی در رابطه مشاهده می‌شود، پس داریم:

$$\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta \rho = -\rho_1 (\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \Delta \rho = -8 \times 10^3 \times (3 \times 12 \times 10^{-5}) \times (-300)$$

$$\Rightarrow \Delta \rho = 864 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{t} = \frac{m_1 c_1 \Delta \theta + c_2 \Delta \theta}{t}$$

$$140 = 0/2 \times 4200 \times 10 + c_2 \times 1090 \Rightarrow 1260 = 8400 + c_2 \times 10 \Rightarrow c_2 = 420 \frac{J}{^\circ C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta \theta = 40 - (-10) = 50^\circ C$$

$$\Delta t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

$$Q = R_a \times P \times \Delta t \Rightarrow mc \Delta \theta \Rightarrow mc \Delta \theta = R_a \times P \times \Delta t \Rightarrow 1/2 \times c \times 50 = 0/8 \times 1000 \times 300$$

$$c = \frac{800 \times 300}{60} = 800 \times 5 = 4000 \frac{J}{\text{kgK}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$Q_{\text{net}} = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$210(\theta_e - 25) + 0/5 \times 4200(\theta_e - 25) + 2 \times 420(\theta_e - 100) = 0$$

$$\theta_e - 25 + 10\theta_e - 250 + 4\theta_e - 400 = 0 \Rightarrow 15\theta_e = 675$$

$$\theta_e = 45^\circ C$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی تعادل گرمایی داریم:

۳۹

$$\underbrace{m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1)}_{\text{فولاد}} + \underbrace{m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2)}_{\text{مایع}} + \underbrace{Q'}_{\text{گرمای خارج شده از سیستم}} = 0$$

$$\Rightarrow 20 \times 500 \times (\theta_e - 80) + 5 \times 4000 \times (\theta_e - 10) + 40000 = 0$$

$$\Rightarrow 10000 \times (\theta_e - 80) + 20000 \times (\theta_e - 10) + 40000 = 0$$

$$\div 10000 \rightarrow (\theta_e - 80) + 2(\theta_e - 10) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \theta_e - 80 + 2\theta_e - 20 + 4 = 0 \Rightarrow 3\theta_e = 96 \Rightarrow \theta_e = 32^\circ C$$

دقت کنید که علامت Q' باید مثبت باشد. چون جسم با دمای بالاتر گرما از دست می‌دهد و این گرمای اتلافی در حقیقت با علامت مثبت در معادله ظاهر می‌شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۰

$$m_1 c_1 (\theta - \theta_1) = m_2 c_2 (\theta_2 - \theta) \Rightarrow 800 \times 4200 (15 - 5) = 1050 \times 400 (\theta_2 - 15)$$

$$\theta_2 = 95^\circ C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۱

آب در دو مرحله گرما از دست می‌دهد.

$$30^\circ C \xrightarrow{Q_1} 0^\circ C \xrightarrow{Q_2} 0^\circ C_{\text{یخ}}$$

$$Q = |Q_1| + |Q_2| = mc|\Delta\theta| + mL_f \Rightarrow Q = 200 \times 4/2 \times 30 + 20 \times 336$$

$$Q = 25200 + 67200 = 92400 \text{ kJ} = 92/4 \text{ MJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۲

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow m_{\text{آب}} c \Delta\theta = m_{\text{یخ}} L_f \Rightarrow 1 \times c \times 50 = m_{\text{یخ}} \times 80 \times c \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{5}{8} \text{ kg} = 625 \text{ g}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا توان مفید گرمکن را پیدا می‌کنیم:

۴۳

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \xrightarrow{Ra = \frac{80}{100}} \frac{80}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{10} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 8W$$

با توجه به داده‌های روی نمودار در بازه زمانی ۰s تا ۳۰۰s، دمای جسم جامد از $T_1 = 20^\circ C$ به $T_2 = 80^\circ C$ می‌رسد.

بنابراین، با استفاده از رابطه‌های $Q = mc\Delta T$ و $P = \frac{Q}{t}$ می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta T \xrightarrow{Q=Pt} P_{\text{مفید}} t = mc\Delta T \xrightarrow{t=300s, \Delta T=80-20=60^\circ C}$$

$$m=50g=50 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$8 \times 300 = 50 \times 10^{-3} \times c \times 60 \Rightarrow c = 800 \frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ C} = 800 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$$

همچنین برای بازه زمانی ۳۰۰s تا ۱۲۰۰s جسم جامد در حال ذوب شدن است. زیرا جسم در این بازه زمانی، ضمن گرفتن

گرما، دمای آن تغییر نمی‌کند. بنابراین داریم:

$$Q = mL_F \xrightarrow{Q=Pt} Pt = mL_F \xrightarrow{t=1200-300=900s}$$

$$P=8W, m=50 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$8 \times 900 = 50 \times 10^{-3} \times L_F \Rightarrow L_F = 144000 \frac{J}{\text{kg}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گرمای داده شده به یخ، باید ابتدا یخ 10°C را به یخ 0°C تبدیل کند و سپس نیمی از جرم یخ 0°C را ذوب کند. بنابراین، با توجه به طرحواره زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 & Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta \xrightarrow{-10^{\circ}\text{C}} 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2 = m' L_F, m' = \frac{1}{2}m} 0^{\circ}\text{C} \text{ آب} \\
 & m' = \frac{1}{2}m = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ kg} \\
 & Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta + m' L_F \xrightarrow{m=2 \text{ kg}, L_F=336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \\
 & Q_{\text{کل}} = 2 \times 2 / 1 \times (0 - (-10)) + 1 \times 336 = 378 \text{ kJ}
 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار انرژی گرمایی را که گرمکن به یخ 10°C می‌دهد تا به بخار آب 100°C تبدیل شود، می‌یابیم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=1011 \text{ W}, t=2 \text{ min}=2 \times 60=120 \text{ s}} 1011 = \frac{Q}{120} \Rightarrow Q = 121320 \text{ J}$$

اکنون با توجه به طرحواره زیر، جرم یخ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \boxed{-10^{\circ}\text{C} \text{ یخ}} \xrightarrow{Q_1} \boxed{0^{\circ}\text{C} \text{ یخ}} \xrightarrow{Q_2} \boxed{0^{\circ}\text{C} \text{ آب}} \xrightarrow{Q_3} \boxed{100^{\circ}\text{C} \text{ آب}} \xrightarrow{Q_4} \boxed{100^{\circ}\text{C} \text{ بخار}} \\
 & Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mc_{\text{یخ}} \Delta\theta + mL_F + mc_{\text{آب}} \Delta\theta + mL_V \\
 & \Rightarrow 121320 = m \times 2100 \times 10 + m \times 336000 + m \times 4200 \times 100 + m \times 2256000 \\
 & \Rightarrow 121320 = 3033000m \Rightarrow m = 0.04 \text{ kg} = 40 \text{ g}
 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. موارد الف، ب، پ و ت درست هستند. بررسی عبارت‌ها:

الف) در برخی مواد مانند یخ، افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می‌انجامد.

ب) افزایش ارتفاع با کاهش فشار هوا همراه است و کاهش فشار وارد بر سطح مایع سبب پایین آمدن نقطه جوش آن می‌شود.

پ) در هنگام تغییر حالت، دمای ماده ثابت می‌ماند.

ت) تا پیش از رسیدن به نقطه جوش، تبخیر سطحی به طور پیوسته رخ می‌دهد.

ث) افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالارفتن نقطه جوش آن می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ب) نادرست، در روز جهت نسیم از دریا به ساحل است.

د) نادرست، تف‌سنج نوری به عنوان دماسنج معیار است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های ب و ت نادرست هستند.

تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً به صورت فروسرخ است.

به علاوه سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتری دارند.

گزینه‌های الف و پ درست هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «الف» و «ه» درست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در روش همرفت، انتقال گرما از طریق انتقال ماده صورت می‌گیرد.

ج) علاوه بر ارتعاش اتم‌ها، الکترون‌های آزاد هم در انتقال گرما سهم دارند.

د) در خلأ تنها به کمک روش تابش می‌توان گرما را انتقال داد.

۵۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گرم شدن هوای داخل اتاق به وسیله بخاری و یا رادیاتور شوفاژ، گرم شدن آب درون قابلمه، جریان‌های باد ساحلی و انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، همگی نمونه‌هایی از پدیده همرفت طبیعی هستند. سیستم گرم‌کننده مرکزی در ساختمان‌ها، سیستم خنک‌کننده موتور اتومبیل و نیز گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون در بدن جانوران خونگرم، نمونه‌هایی از انتقال گرما به روش همرفت واداشته است.

۵۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جرم گاز نئون را x فرض می‌کنیم. (N_A عدد آووگادرو است).

$$0.56 \text{ L Cl}_2 \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{22.4 \text{ L Cl}_2} \times \frac{2 N_A \text{ Cl}}{1 \text{ mol Cl}_2} = x \text{ g Ne} \times \frac{1 \text{ mol Ne}}{20 \text{ g Ne}} \times \frac{N_A \text{ Ne}}{1 \text{ mol Ne}} \Rightarrow \boxed{x = 1} \text{ g Ne}$$

توجه: در هر مول گاز کلر (Cl_2)، ۲ مول اتم کلر وجود دارد.

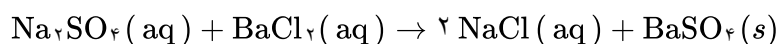
۵۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$C_2H_5OHg ? = 2 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22.4 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{46 \text{ g}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = 2.05 \text{ g}$$

۵۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:



($\bar{A}$ نسبت تعداد آنیون به کاتیون در رسوب باریم سولفات ۱ به ۱ است.

$$3 - 2 = 1$$

ب) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها:

پ) سدیم سولفات در یک واحد فرمولی دارای ۳ مول یون، باریم کلرید نیز ۳ مول یون دارد؛ در مجموع ۶ مول یون در

معادله داریم. از طرفی با احتساب ضریب ۲ در سمت فراورده ۲ مول یون کلرید داریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$9 \text{ mol یون} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{6 \text{ mol یون}} = 3 \text{ mol Cl}^-$$

۵۴

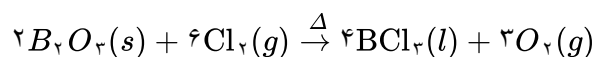
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله را موازنه و سپس مسأله را حل می‌کنیم:



$$1/3 \text{ g NaN}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaN}_3}{65 \text{ g NaN}_3} \times \frac{3 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NaN}_3} \times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{1 \text{ L N}_2}{1/4 \text{ g N}_2} = 0.6 \text{ L N}_2$$

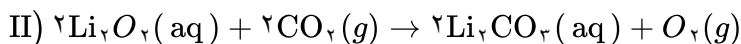
۵۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:



$$? \text{ LO}_2 = 40 \text{ g B}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol}}{70 \text{ g}} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol B}_2\text{O}_3} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 33.6 \text{ L}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



در واکنش اول مقدار کربن دی‌اکسید را به دست می‌آوریم و سپس مقدار اکسیژن تولید شده در واکنش دوم را با توجه به آن به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol CO}_2 = 3/36 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} = 0/02 \text{ mol CO}_2$$

$$? \text{ LO}_2 = 0/02 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 0/224 \text{ LO}_2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دما و حجم چهار ظرف با هم برابر است در نتیجه هر چه تعداد ذره یا مول گاز درون ظرف بیشتر باشد، تعداد برخوردهای ذره‌ها با دیواره ظرف بیشتر شده و فشار افزایش می‌یابد. پس ابتدا تعداد مول‌های گازی موجود در هر ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$A \text{ ظرف: } 8 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0/25 \text{ mol O}_2$$

$$B \text{ ظرف: } 16 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 1 \text{ mol CH}_4$$

$$C \text{ ظرف: } 22 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0/5 \text{ mol CO}_2$$

$$D \text{ ظرف: } 3 \text{ g He} \times \frac{1 \text{ mol He}}{4 \text{ g He}} = 0/75 \text{ mol He}$$

$$B > D > C > A \quad \text{فشار درون ۴ ظرف} \quad \text{گزینه ۱:}$$

گزینه ۲: ۲۴ گرم گاز O_2 برابر $0/75$ مول است.

$$? \text{ mol O}_2 = 24 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} = 0/75 \text{ mol O}_2$$

$$0/25 \text{ mol O}_2 + 0/75 \text{ mol O}_2 = 1 \text{ mol O}_2$$

$$\frac{P_C}{n_C} = \frac{P_D}{n_D} \rightarrow \frac{P_D}{P_C} = \frac{n_D}{n_C} = \frac{0/75}{0/5} = 1/5$$

گزینه ۳:

$$\text{تغییرات} = \frac{1/5 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = 50\%$$

$$A \text{ ظرف: } 0/25 \text{ mol O}_2 \times \frac{2 \text{ atm}}{1 \text{ mol O}_2} = 0/5 \text{ atm}$$

گزینه ۴:

$$C \text{ ظرف: } 0/5 \text{ mol CO}_2 \times \frac{3 \text{ atm}}{1 \text{ mol CO}_2} = 1/5 \text{ atm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۸

آ درست

ب) نادرست: در بسته‌بندی مواد غذایی، گاز نیتروژن (نه گاز کربن دی‌اکسید) مناسب‌تر است.

پ) نادرست: $4\text{NH}_3 + 5\text{O}_2 \rightarrow 4\text{NO} + 6\text{H}_2\text{O}$ ← مجموع ضرایب: ۱۹

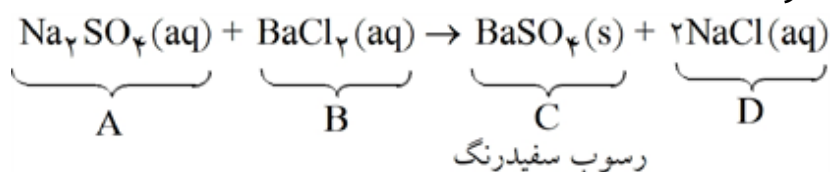
ت) درست: $\text{CH}_4(g) + 2\text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g) + 2\text{H}_2\text{O}(l)$

$$?L\text{CO}_2 = 0.5 \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{22.4 \text{ LCO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 11.2 \text{ LCO}_2$$

ث) نادرست: $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O} \Rightarrow$ نسبت خواسته شده $= \frac{3}{1}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به جز عبارت «آ»، سایر عبارتها درست هستند. ۵۹

معادله‌ی موازنه‌شده‌ی واکنش انجام‌شده (میان A و B) به صورت زیر است:



از آن‌جا که C یعنی باریوم سولفات در آب حل نمی‌شود، با محلول سدیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۰

وقتی فشار یک نمونه گاز ۲۰٪ افزایش می‌یابد یعنی $\frac{6}{5}$ برابر می‌شود و از آن‌جایی که می‌دانیم حجم یک گاز با فشار آن

رابطه معکوس دارد، حجم آن $\frac{5}{6}$ برابر می‌شود. همچنین دما با حجم گاز رابطه مستقیم دارد. البته نکته مهم این‌جاست

که تغییرات دما و چند برابر شدن آن را برحسب کلوین محاسبه کنیم.

$$T(K) = \theta + 273$$

$$\theta_1 = 87 \quad T(K) = 273 + 87 = 360$$

$$\theta_2 = 27 \quad T(K) = 273 + 27 = 300$$

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{300}{360} = \frac{5}{6}$$

بنابراین حجم گاز نیز $\frac{5}{6}$ برابر می‌شود. حال همه تغییرات را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \quad \text{حجم گاز } \frac{25}{36} \text{ برابر می‌شود.}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۱

$$11.2 \text{ L} \xrightarrow{\text{در شرایط STP}} 0.5 \text{ mol} = A$$

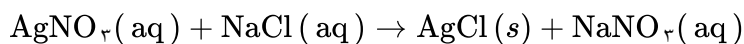
$$O = 0.5 \times 44 = 22 \text{ g}$$

$$0.5 \text{ mol} \xrightarrow{\text{در شرایط STP}} 11.2 \text{ L} = B$$

$$22.4 \text{ L} \xrightarrow{\text{در شرایط STP}} 1 \text{ mol} = D$$

$$E = 1 \times 32 = 32 \text{ g}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:
الف) مجموع ضرایب استوکیومتری آن ۴ است.



ب) هم فرآورده‌ها و هم واکنش‌دهنده‌ها ترکیب یونی هستند.
د) AgCl دارای Ag^+ و Cl^- یعنی ۲ تا یون است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شمار مول N_2 و CO_2 برابر است با:

$$10 \text{ ذره } N_2 \times \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ ذره}} = 0.5 \text{ mol } N_2$$

$$10 \text{ ذره } \text{CO}_2 \times \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ ذره}} = 0.5 \text{ mol } \text{CO}_2$$

همچنین شمار مولکول‌ها نیز در دو نمونه گاز با هم برابر است. بنابراین نسبت a به c در هر دو با هم برابر است.

$$0.5 \text{ mol گاز} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol گاز}} = 11.2 \text{ L}$$

• در شرایط STP حجم هر دو نمونه گاز برابر است با:

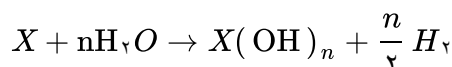
$$\frac{N_2 \text{ جرم}}{\text{CO}_2 \text{ جرم}} = \frac{0.5 \times 28}{0.5 \times 44} \approx 0.63$$

$$\text{غلظت مولی } \text{CO}_2 = \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{با هم برابر است} \quad N_2 \text{ غلظت مولی} = \frac{0.5 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol. L}^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

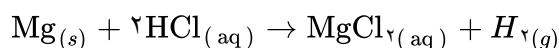
فلزی که با آب واکنش می‌دهد یا قلیایی است یا قلیایی خاکی.



$$1 = \frac{11/2}{\frac{n}{2} \times 22/4} \rightarrow n = 1 \Rightarrow$$

X به گروه ۱ تعلق دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را موازنه و سپس مسأله را حل می‌کنیم:

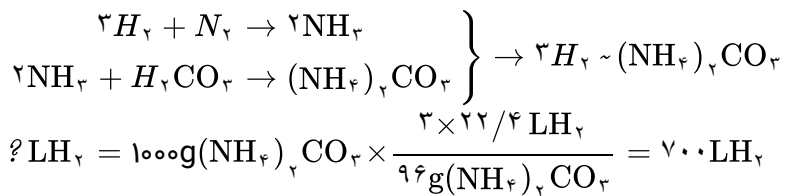


$$3/01 \times 10^{22} \text{ Atom Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{6/02 \times 10^{23} \text{ Atom Mg}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{1 \text{ mol Mg}} \times \frac{22400 \text{ mL H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 1120 \text{ mL H}_2$$

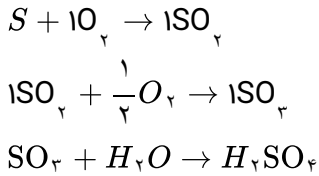
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را موازنه کرده و سپس مسأله را حل می‌کنیم:



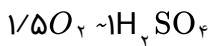
$$3/4 \text{ g NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{(1+3) \text{ mol } (\text{N}_2 + \text{H}_2)}{2 \text{ mol NH}_3} \times \frac{22.4 \text{ L } (\text{N}_2 + \text{H}_2)}{1 \text{ mol } (\text{N}_2 + \text{H}_2)} = 8/96 \text{ L } (\text{N}_2 + \text{H}_2)$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واکنش‌ها به صورت زیر انجام می‌شوند: ۶۸



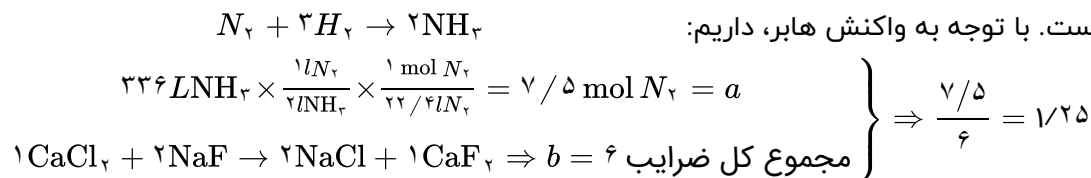
یعنی برای تولید ۱ مول H_2SO_4 ، $1/5$ مول O_2 مصرف می‌شود.



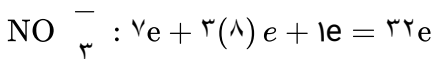
حال باید حساب کنیم با مصرف ۴/۴۸ لیتر اکسیژن چند گرم اسید تولید می‌شود.

$$?gH_2SO_4 = 4/48 LO_2 \times \frac{1mol O_2}{22/4 LO_2} \times \frac{1mol H_2SO_4}{1/5mol O_2} \times \frac{98gH_2SO_4}{1mol H_2SO_4} \approx 13/1gH_2SO_4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به واکنش هابر، داریم: ۶۹



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷۰



$$3/1g \times \frac{1mol}{62g} \times \frac{32mol e}{1mol} = 1/6 mol e$$