

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تابع $\text{fog}(x)$ داریم:

$$\text{fog}(4) = 17 \xrightarrow{g(4)=-3} f(-3) = 17$$

$$\text{fog}(7) = -5 \xrightarrow{g(7)=8} f(8) = -5$$

با استفاده از ۲ نقطه به دست آمده برای f ضابطه خطی تابع f را به دست می‌آوریم:

$$m_f = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(8) - f(-3)}{8 - (-3)} = \frac{-5 - 17}{11} = \frac{-22}{11} = -2$$

$$f(x) = -2x + b \xrightarrow{(8, -5)} -16 + b = -5 \Rightarrow b = 11 \Rightarrow f(x) = -2x + 11 \xrightarrow{f(2)=?}$$

$$f(2) = -2(2) + 11 = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\text{fog})(x) = 4x^2 + 4x = (2x + 1)^2 - 1$$

$$(\text{fog})\left(-\frac{1}{2}\right) = (0)^2 - 1 = -1$$

در ضابطه fog ، $x = -\frac{1}{2}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

حال $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ را m در نظر می‌گیریم و داریم:

$$(\text{fog})\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(m) = m^2 - 2m = -1 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$g^{-1} = \{(-4, 2), (2, 1), (3, 0), (5, 4)\}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دامنه تابع f نیز بازه $[-3, 3]$ است. حال تعریف دامنه تابع fog^{-1} را داریم:

$$D_{\text{fog}^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1} \in D_f\}$$

از میان مقادیر g^{-1} ، فقط (5) در دامنه تابع f قرار نمی‌گیرد، پس مجموعه بالا فقط سه عضو -4 ، 2 و 3 را دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(f - g)\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(-\frac{5}{2}\right) - g\left(-\frac{5}{2}\right) = \left(\left[-\frac{5}{2}\right] + 3\right) - \left[2\left(-\frac{5}{2}\right)\right] = -3 + 3 - (-5) = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \xrightarrow{\text{جاگذاری}} 0 = 2^a\left(-\frac{1}{3}\right) + b - 4 \Rightarrow 2^{\frac{-a}{3} + b} = 2^2$$

$$\frac{-a}{3} + b = 2 \Rightarrow \boxed{-a + 3b = 6} \quad (1)$$

$$(0, -2) \xrightarrow{\text{جاگذاری}} -2 = 2^{a(0) + b} - 4 \Rightarrow -2 = 2^b - 4$$

$$2^b = 2 \rightarrow \boxed{b=1} \xrightarrow{\text{طبق (1)}} \boxed{a=-3}$$

$$f(x) = 2^{-2x+1} - 4$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{3}\right) = (2^1 - 4) + (2^0 - 4) = 5 \cdot 8 + (-3) = 5 \cdot 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$f^{-1}(\epsilon) = a \Rightarrow f(a) = \epsilon \Rightarrow a + \sqrt{a} = \epsilon \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f^{-1}(\epsilon) = 4 \quad (1)$$

$$f^{-1}(12) = b \Rightarrow f(b) = 12 \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow f^{-1}(12) = 9 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow f^{-1}(\epsilon) + f^{-1}(12) = 4 + 9 = 13$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

$$f^{-1}(r) = K \Rightarrow f(K) = r \Rightarrow r = \frac{1}{r}(2K + 1) \Rightarrow K = 4 \Rightarrow f^{-1}(r) = 4$$

$$g \circ f^{-1}(r) = g(f^{-1}(r)) = g(4) = 19 \quad (1)$$

$$g(4) = \alpha \Rightarrow g^{-1}(\alpha) = 4 \Rightarrow 4 = \sqrt{\alpha - 3} \Rightarrow \alpha = 19 \Rightarrow g(4) = 19$$

$$g(2) = \beta \Rightarrow g^{-1}(\beta) = 2 \Rightarrow 2 = \sqrt{\beta - 3} \Rightarrow \beta = 7 \Rightarrow g(2) = 7$$

$$\text{fog}(2) = f(g(2)) = f(7) = \frac{1}{r}(2(7) + 1) = 5 \quad (2)$$

$$\Rightarrow g \circ f^{-1}(3) + \text{fog}(2) = 19 + 5 = 24 \quad (1), (2)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4), (7, -1)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(5, 3), (4, 1), (6, 2), (7, 8)\}$$

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5, 2), (4, 2), (7, 4)\} \Rightarrow R \text{ برد} = \{2, 4\}$$

$$\text{حاصل ضرب اعضای متمایز بُرد} = 2 \times 4 = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹

تابع نمایی داده شده کاهشی است، پس داریم:

$$y = \left(\frac{m-2}{3} \right)^x \Rightarrow 0 < \frac{m-2}{3} < 1 \xrightarrow{\times 3} 0 < m-2 < 3 \xrightarrow{+2} 2 < m < 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$\sqrt{x+3} - 2 = y \Rightarrow \sqrt{x+3} = y + 2$$

$$\Rightarrow x+3 = (y+2)^2, y+2 \geq 0$$

$$x+3 = y^2 + 4y + 4, y \geq -2 \Rightarrow x = y^2 + 4y + 1, y \geq -2$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 4x + 1, x \geq -2$$

عملیات جبری بین دو تابع، در x های مشترک بر روی y های دو تابع اعمال می شود، پس:

$$f = \{(2, -1), (3, 4), (0, 6)\}, g = \{(-2, 4), (3, -9), (0, -2)\}$$

$$D_f \cap D_g = \{3, 0\}$$

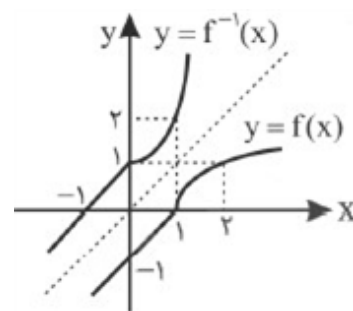
$$2f + g = \{(3, 2 \times 4 + (-9)), (0, 2 \times 6 + (-2))\} = \{(3, -1), (0, 10)\}$$

$$2f + g \text{ برد} = \{-1, 10\} \Rightarrow \text{حاصل ضرب اعضا} = -1 \times 10 = -10$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت روبه رو است:

قرینه‌ی نمودار $y = f(x)$ نسبت به خط $y = x$ ، نمودار $y = f^{-1}(x)$ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر $(a, b) \in f$ باشد، آنگاه $(b, a) \in f^{-1}$ است. پس گزینه‌ای صحیح است که اگر جای طول و عرض آن را عوض کنیم در f صدق کند.

$$f(1) = 2 \Rightarrow (1, 2) \in f \Rightarrow (2, 1) \in f^{-1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ مثال نقض ارائه می‌کنیم:

$$(1, -1) \text{ و } (-1, -1) \quad (1)$$

$$(1, 2) \text{ و } (-1, 2) \quad (2)$$

$$(0, 0) \text{ و } \left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad (4)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $(a, b) \in f$ باشد، آنگاه $(a, b) \in f^{-1}$ است، بنابراین:

$$(2, a) \in f^{-1} \Rightarrow (a, 2) \in f \Rightarrow \sqrt{a+1} + \sqrt{a-3} = \sqrt{4}$$

$$\Rightarrow a+1 + \sqrt{a-3} = 4 \Rightarrow (a-3) + \sqrt{a-3} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{a-3} = 0 \Rightarrow \sqrt{a-3}(\sqrt{a-3} + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{a-3} = 0 \Rightarrow a = 3 \\ \sqrt{a-3} = -1 \text{ غ ق ق غ} \end{cases} \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر نمایش جبری تابع خطی F را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر بگیریم آن گاه چون نمودار آن محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول (-1) قطع می‌کند داریم: $a(-1) + b = 0$ و چون محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند داریم: $a(0) + b = 1$ بنابراین $a = b = 1$ پس $f(x) = x + 1$.
حال فرض می‌کنیم $f^{-1}(3) = \alpha$ باشد، داریم:

$$f^{-1}(3) = \alpha \Rightarrow (3, \alpha) \in f^{-1} \Rightarrow (\alpha, 3) \in f \Rightarrow f(\alpha) = 3$$

$$f(x) = x + 1 \xrightarrow{f(\alpha)=3} 3 = \alpha + 1 \Rightarrow \alpha = 2 \Rightarrow f^{-1}(3) = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یک تابع به صورت مجموعه زوج‌های مرتب، هنگامی یک‌به‌یک است که در آن زوج‌های مرتب متمایز، مؤلفه‌های دوم مساوی نداشته باشند، یا به عبارتی اگر زوج‌های مرتب، مؤلفه‌های دوم مساوی داشته باشند، مؤلفه‌های اول آن‌ها نیز با هم برابر باشند، بنابراین:

$$(m, 3) = (-1, 3) \Rightarrow m = -1 \Rightarrow f = \{(-2, 2), (-1, 3), (-2, a)\}$$

چون f یک تابع است، باید زوج‌های مرتب $(-2, a)$ و $(-2, 2)$ نیز با یکدیگر برابر باشند، بنابراین:

$$(-2, a) = (-2, 2) \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + m = 2 + (-1) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اولاً $x > 0$ است چون عبارت داخل لگاریتم نمی‌تواند منفی باشد.

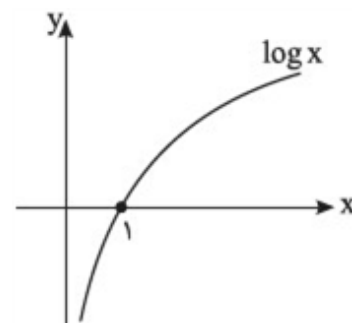
با توجه به نمودار $\text{Log } x$ می‌توانیم آن را تعیین علامت کنیم.

بنابراین دامنه‌ی تابع برابر است با:

$$(0, +\infty) - \{1\}$$

x	0	1
$x^2 - 1$	-	+
$\log x$	-	+
$\frac{x^2 - 1}{\log x}$	+	+

تن



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) \Rightarrow 3\left(\frac{1}{3}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$y = -1 + \text{Log}_{\frac{1}{3}}(3x - 1)$$

$$f(4) = 0 \Rightarrow -1 + \text{Log}_{\frac{1}{3}}(12 - 1) = 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}} 11 = 1 \Rightarrow b = 11$$

۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار نسبت به 2^x ، ۱ واحد پایین رفته است، پس $a = -1$ می‌شود.

$$f(x) = 2^{x-b} - 1 \Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow 2^{-b} - 1 = 3 \Rightarrow 2^{-b} = 4 = 2^2 \Rightarrow b = -2$$

بنابراین $f(x) = 2^{x+2} - 1$ است. حاصل $f^{-1}(b^2) = f^{-1}(4)$ را می‌خواهیم، پس باید $f(x)$ را برابر ۴ قرار دهیم:

$$f(x) = 4 \Rightarrow 2^{x+2} - 1 = 4 \Rightarrow 2^{x+2} = 5 \Rightarrow x + 2 = \log_2 5$$

$$\Rightarrow x = \log_2 5 - 2 = \log_2 5 - \log_2 4 = \log_2 \frac{5}{4}$$

۲۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مطابق تعریف احتمال غیر هم شانس:

$$P(x) + P(y) + P(z) + P(t) = 1$$

$$P(x), P(x) + \frac{1}{14}, P(x) + \frac{1}{7}, P(x) + \frac{3}{14}$$

دنباله حسابی موردنظر:

$$4P(x) + \frac{3}{7} = 1 \rightarrow P(x) = \frac{1}{7}$$

$$P(\{x, t\}) = P(x) + P(t) = \frac{1}{7} + \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{14} \right) = \frac{7}{14} = 0.5$$

۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{سالم}) = P(A) \times P(\text{سالم}|A) + P(B) \times P(\text{سالم}|B) + P(C) \times P(\text{سالم}|C)$$

$$= \frac{30}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{98}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{96}{100} = 0.978 \Rightarrow 97.8\%$$

۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A|\text{آبی}) = \frac{P(A)}{P(B)} \times P(\text{آبی}|A) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6}} \times \frac{5}{9} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{8}{18}} = \frac{5}{8}$$

$$\text{فرزند} \begin{cases} \text{پسر} \begin{cases} 0.80 \text{ سالم} \\ 0.20 \text{ ناسالم} \end{cases} \\ \text{دختر} \begin{cases} 0.90 \text{ سالم} \\ 0.10 \text{ ناسالم} \end{cases} \end{cases}$$

$$P(\text{سالم بودن فرزند}) = 0.5 \times 0.80 + 0.5 \times 0.90 = 0.85$$

۲۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$p(\text{اول}) = 3p(\text{غیر اول})$$

$$p(\text{اول}) = x \Rightarrow p(\text{غیر اول}) = 3x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$3x + x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$p(\text{زوج}) = p(2) + p(4) + p(6) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$$

۲۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال مطلوب آن است که هر سه لامپ اول سالم و لامپ چهارم معیوب باشد:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{8} \Rightarrow 12.5\%$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با فرض آنکه سیب انتخابی از باغ شمالی B_1 ، باغ مرکزی B_2 و باغ جنوبی B_3 باشد و پیشامد A را لکه‌دار بودن سیب انتخابی بنامیم:

$$P(A) = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{10}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{100} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{100}$$

$$P(A) = 0.055$$

۲۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای کاهش‌یافته که در آن مجموع اعداد رو شده ۳، ۶، ۹ یا ۱۲ است به صورت زیر است:

$$S = \{(1, 2), (2, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (6, 6)\}$$

پیشامد مطلوب در فضای نمونه‌ای بالا نیز به این صورت است:

$$A = \{(2, 4), (4, 2), (6, 6)\}$$

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

A : پیشامد اینکه مجموع اعداد رو شده فرد باشد

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3 \times 3 + 3 \times 3}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

دومی فرد دومی زوج دومی زوج
 ↑ ↑ ↑
 اولی فرد اولی زوج اولی زوج

B : پیشامد اینکه حداقل یکی از تاس‌ها ۲ بیاید

حاصل $P(B|A)$ را می‌خواهیم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$A \cap B = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (1, 2), (3, 2), (5, 2)\}$$

$$P(B|A) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.3 = 0.45 - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.15$$

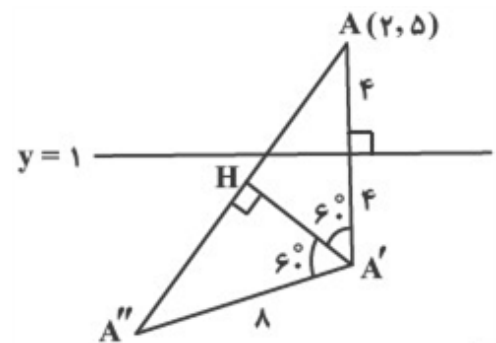
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.45} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۱ فاصله نقطه A تا خط d برابر با ۴ است. بنابراین اندازه پاره‌خط‌های A'A و A'A'' (شعاع دوران)

برابر با ۸ خواهد بود. با توجه به شکل خواهیم داشت:

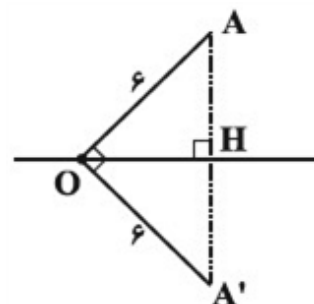
$$\triangle A'HA'': \sin 60^\circ = \frac{A''H}{8} \Rightarrow A''H = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$AA'' = AH + A''H = 2A''H = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واضح است که زاویه $\angle AOH$ برابر 45° است، در نتیجه زاویه $\angle AOA'$ برابر 90° خواهد بود. همچنین بازتاب تبدیلی طولپا است، بنابراین $OA' = OA = 6$ است و در نتیجه داریم:

$$S_{\triangle OAA'} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

بازتاب به تنهایی هیچ‌گاه همانی نیست.

انتقال با بردار صفر همانی است.

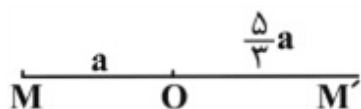
دوران با زاویه‌ی مضارب صحیح 360° ، همانی است.

تجانس با نسب $K = 1$ همانی است.

بنابراین گزینه‌ی ۲ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون نسبت تجانس منفی است، نقطه‌ی O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد. اگر فاصله‌ی O تا M را برابر a فرض کنیم، آن‌گاه طبق شکل خواهیم داشت:

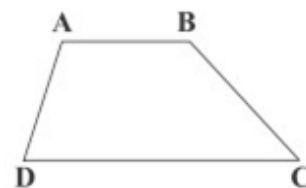
$$\frac{OM'}{MM'} = \frac{\frac{5}{3}a}{a + \frac{5}{3}a} = \frac{5}{8}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تجانس، در حالت کلی طولپا نیست، مگر اینکه $|k| = 1$ باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دقت کنید: ساق‌های AD و BC با هم برابر نیستند و شیب‌های یکسانی ندارد.



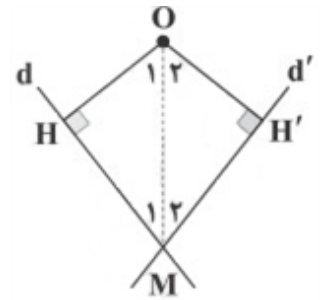
بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) پاسخ درست نیست. زیرا تجانس و انتقال حافظ شیب هستند.

(۲) پاسخ درست نیست. زیرا انتقال و دوران طولپا هستند.

(۳) پاسخ درست نیست. زیرا بازتاب و دوران طولپا هستند.

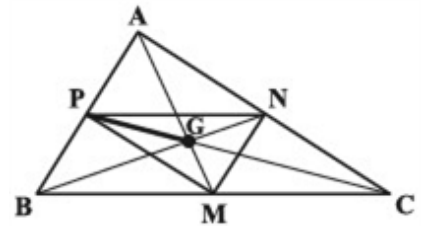
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل و از آنجایی که دوران طولی است، پس $OH = OH'$ یعنی نقطه‌ی O از دو خط d و d' به یک فاصله است، پس طبق ویژگی نیمساز یک زاویه، نقطه‌ی O روی نیمساز زاویه‌ی بین دو خط قرار دارد و این یعنی OM نیمساز زاویه‌ی بین دو خط است و در نتیجه داریم:



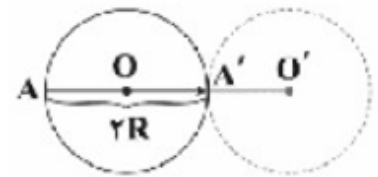
$$\widehat{O} = 72^\circ \Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\triangle OMH : \widehat{H} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M}_1 = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق تعریف تجانس، اگر نقطه‌ی A' تصویر نقطه‌ی A در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k باشد، آن‌گاه سه نقطه‌ی O ، A و A' روی یک خط راست قرار دارند. بنابراین اگر نقاط M ، N و P به ترتیب مجانس نقاط A ، B و C در یک تجانس باشند، مرکز تجانس قطعاً بر روی خط‌های شامل پاره‌خط‌های AM ، BN و CP قرار دارد. چون این سه پاره‌خط، میانه‌های مثلث ABC هستند، پس نقطه تقاطع آن‌ها همان نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر دایره‌ای را به اندازه‌ی قطرش در هر جهتی جابه‌جا کنیم، تصویر آن بر خودش مماس خواهد شد، پس اندازه‌ی بردار انتقال برابر قطر دایره یا همان $2R$ است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ویژگی بازتاب تحت یک نقطه، اگر A' بازتاب نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی O باشد، در این صورت نقطه‌ی O وسط پاره‌خط AA' قرار می‌گیرد، بنابراین:

$$\frac{A + A'}{2} = O$$

در حالت کلی اگر $O = (\alpha, \beta)$ و $A = (u, v)$ و $A' = (u', v')$ خواهیم داشت:

$$\left(\frac{u + u'}{2}, \frac{v + v'}{2} \right) = (\alpha, \beta) \Rightarrow \begin{cases} u' = 2\alpha - u \\ v' = 2\beta - v \end{cases}$$

با توجه به روابط فوق، برای این مسئله داریم:

$$\begin{cases} 3 = 2(-1) - x \Rightarrow x = -2 - 3 \Rightarrow x = -5 \\ y = 2(2) - 6 \Rightarrow y = 4 - 6 \Rightarrow y = -2 \end{cases} \Rightarrow x + y = -5 + (-2) = -7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۱

مقاومت‌های R_1, R_2, R_3 به صورت موازی قرار گرفته‌اند. در این صورت مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} = \frac{1}{10} \Rightarrow R_{eq1} = 10\Omega$$

مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B برابر است با:

$$R_{eq} = R_1 + R_{eq1} = R_3 \Rightarrow R_1 + 10 = 60 \Rightarrow R_1 = 50\Omega$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از اصل کوانتیده بودن بار می‌توان نوشت: ۴۲

$$\Delta q = ne = 6 / 25 \times 10^{18} \times 1 / 6 \times 10^{-19} = 1C$$

در نهایت از رابطه‌ی جریان الکتریکی متوسط استفاده می‌کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{1}{100} A = 10 \text{ mA}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط گزینه ۴ درست است. بررسی گزینه‌ها: ۴۳

گزینه ۱: اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم است؛ در حالی‌که از فیزیک ۱ به یاد داریم سرعت نور در خلا

بسیار زیاد $\left(3 \times 10^8 \frac{m}{s}\right)$ است.

گزینه ۲: الکترون‌ها لزوماً بر روی یک مسیر مستقیم حرکت نمی‌کند و حرکت زیگزاگ هم دارند.

گزینه ۳: برای داشتن جریان الکتریکی باید یک شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین داشته باشیم.

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{V_1}{R} = \frac{20}{20} = 1A \quad \text{گزینه ۲ پاسخ صحیح است.} \quad ۴۴$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = (R_1 + R_2 + R_3) \times 1 \Rightarrow V = (20 + 40 + 50) \times 1 = 110V$$

روش دوم: به علت سری بودن مقاومت‌ها:

$$\frac{20\Omega}{20V} = \frac{40\Omega}{V_2} = \frac{50\Omega}{V_3} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = 40V \\ V_3 = 50V \end{cases} \Rightarrow V = 20 + 40 + 50 = 110V$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{A_b}{A_a}$$

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{\pi \left(r_{b2}^2 - r_{b1}^2 \right)}{\pi r_a^2} = \frac{40}{50} \times \frac{5^2 - 3^2}{2^2} = \frac{16}{5} = 3/2$$

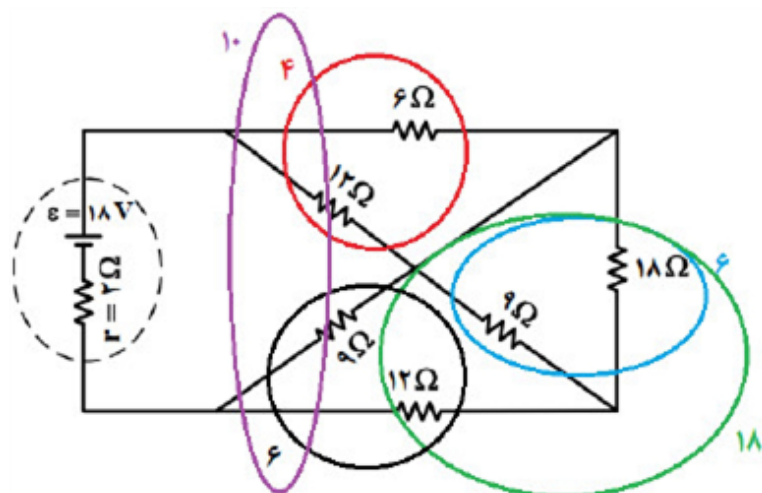
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اندازه شیب نمودار همان مقاومت درونی است. ۴۶

$$\frac{18}{r_B} - \frac{24}{r_B} = 5A \xrightarrow{r_A=r_B} \frac{18}{r_B} - \frac{24}{2r_B} = 5 \Rightarrow \frac{6}{r_B} = 5 \Rightarrow r_B = 1/2\Omega, r_A = 2/4\Omega$$

$$\Rightarrow \Delta r = 1/2\Omega$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل زیر ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم (مقاومت معادل هر دسته به صورت خطوط بسته رنگی در شکل زیر مشخص شده است). مقاومت معادل برابر ۱۰ اهم می‌باشد. همچنین اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{18}{2 + 10} = 1.5(A)$$

$$V = \varepsilon - Ir = 18 - (1.5 \times 2) = 15(V)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ولت‌سنج، ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد. باتری آرمانی است و مقاومت درونی ندارد، از این رو ولت‌سنج همواره ۶V را نشان خواهد داد و عدد ولت‌سنج تغییر نمی‌کند. اما با دو برابر شدن مقاومت، جریان مدار نصف شده ($I = \frac{V}{R_{\uparrow}}$) و آمپرسنج نصف حالت اول را نشان می‌دهد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + R' + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{12}{8} = 1.5A$$

حال در جهت جریان (ساعتگرد) از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B در مدار حرکت می‌کنیم:

$$v_A + \varepsilon_1 - r_1 I - RI = v_B \Rightarrow v_A + 20 - 3 - 3 = v_B$$

$$\Rightarrow v_B - v_A = 14V$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I = \frac{12}{4 + 2} = 2A$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10}{10} = 1A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{10}{20} = 0.5A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow I = I_1 + I_2 + I_3 = 1 + 0.5 + 2 \Rightarrow I = 3.5A$$

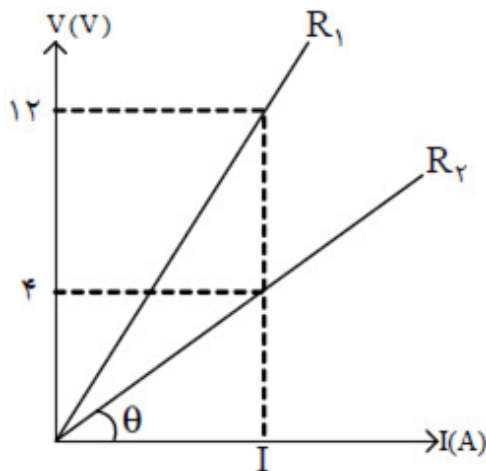
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۲

$$V_1 = V_r$$

$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow V_1 = 10 \times 4 = 40 \text{ V}$$

$$V_r = R_r I_r \Rightarrow R_r = \frac{V_r}{I_r} = \frac{40}{5} = 8 \Omega = 8 \times 10^{-3} \text{ m}\Omega$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۳



$$V = RI \Rightarrow R = \frac{V}{I}$$

$$\tan \theta = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{4}{I} = 12 \Rightarrow I = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

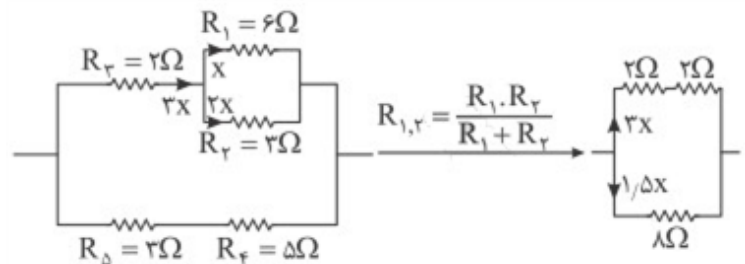
$$R_1 = \frac{V}{I} = \frac{12}{\frac{1}{3}} = 36 \Omega$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{12}{1/4 + 3/6} = 2/4 \text{ A}$$

$$V' = rI = 1/4 \times 2/4 = 3/32 \text{ V}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵
اگر جریان مقاومت R_1 را برابر x بگیریم با توجه به اینکه در مقاومت‌های موازی، جریان و مقدار مقاومت با هم رابطه‌ی عکس دارند، خواهیم داشت:



حال که جریان عبوری از R_δ و R_1 را داریم می‌توان مقایسه‌ی خواسته شده را انجام بدهیم:

$$P_1 = R_1 I_1^2$$

$$P_\delta = R_\delta I_\delta^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_\delta} = \frac{6 \times x^2}{3 \times 2/25 x^2} = \frac{2}{2/25} = \frac{200}{225} = \frac{8}{9}$$

$$P = 6/3 \text{ kW} = 6300 \text{ W}$$

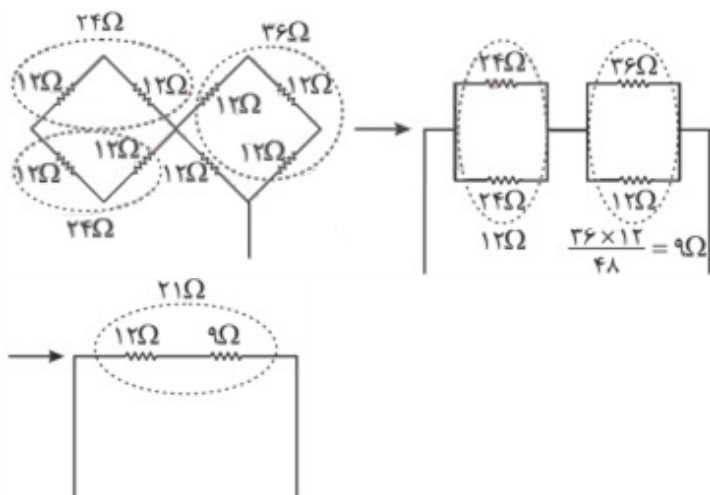
$$I = 15 \text{ A} \Rightarrow P = RI^2$$

$$R = ?$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۶

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{6300}{225} = 28 \Omega$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



جریان مدار را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{44}{21 + 1} = 2 \text{ A}$$

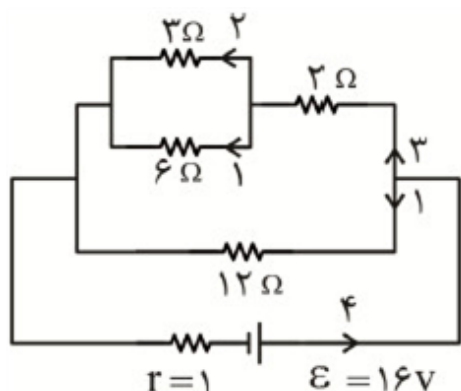
توان خروجی باتری را به دست می‌آوریم:

$$P = \varepsilon I - r I^2 \Rightarrow P = 44 \times 2 - 1 \times 4 \Rightarrow P = 88 - 4 = 84 \text{ W}$$

روش دوم:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = R_{eq} I^2 = 21 \times (2)^2 = 84 \text{ W}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{16}{16 + 1} = 1 \text{ A}$$

$$P = R I^2 = 6 \times 1^2 = 6 \text{ W}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به جهت قرارگیری دیود نوری در مدار جریانی از باتری خارج نمی‌شود و با تغییر روشنایی محیط همچنان جریان صفر خواهد بود.

$$\Delta \theta^\circ \text{C} = \Delta \theta^\circ \text{K}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$R_T = R_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

$$(R_1 + 3) = R_1 (1 + 5 \times 10^{-4} \Delta \theta) \Rightarrow 153 = 150 (1 + 5 \times 10^{-4} \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow 3 = 150 \times 5 \times 10^{-4} \Delta \theta \Rightarrow \frac{3}{750 \times 10^{-4}} = \Delta \theta \Rightarrow \frac{1}{250} \times 10^4 = \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 40^\circ \text{C}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۱

- (۱) مجموع انرژی‌های جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده هم‌ارز با انرژی گرمایی آن است.
(۲) دو گاز در دماهای یکسان میانگین انرژی جنبشی یکسانی دارند.
(۳) جاری شدن انرژی گرمایی بین دو جسم به اختلاف دما دو جسم بستگی دارد.
(۴) درست است. گرما برای توصیف یک فرآیند به کار می‌رود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$Q = 200g \times 4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C \times 5^\circ C \Rightarrow Q = 4200 J$$

$$4200 J = x \text{ mol} \times \frac{26 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} \times \frac{1000 J}{1 \text{ kJ}} \Rightarrow x \approx 0/16 \text{ mol}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب و گرمای ویژه آب در دو ظرف، یکسان است. ۶۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۶۴

$$100 \text{ ton} = 10^5 g$$

$$\begin{array}{c|c} 80 g \text{NH}_4\text{NO}_3 & 150 \text{ kJ} \\ \hline 10^5 g \text{NH}_4\text{NO}_3 & x \end{array} \Rightarrow x = 1/875 \times 10^5 \text{ kJ}$$
$$\begin{array}{c|c} 18 g \text{H}_2\text{O} & 22 \text{ kJ} \\ \hline y & 1/875 \times 10^5 \text{ kJ} \end{array} \Rightarrow y = 7/67 \times 10^5 g = 76/7 \text{ ton}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$Q_1 = Q_2$$

فلز مایع

$$120g \times x \times 48/5 = 250 \times 2 \times 1/5 \rightarrow x = 0/13$$

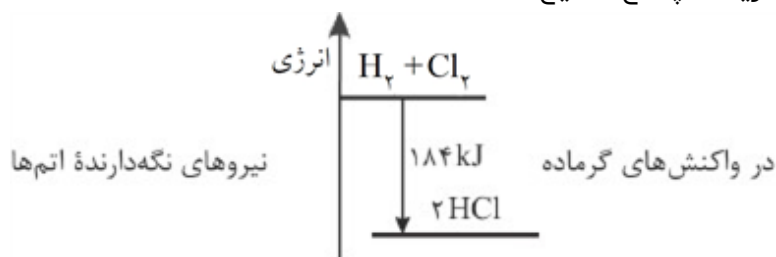
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا، گرمای بدن صرف گرم کردن غذای خورده شده و سپس انرژی برای هضم این غذا مصرف می‌شود و سپس با سوزاندن آن انرژی در بدن آزاد می‌شود. ۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۷

گرمایی که آلومینیوم از دست می‌دهد، آب گرفته و به دمای θ می‌رسد، بنابراین داریم:

$$Q_{H_2O} + Q_{Al} = 0$$

$$100 \times 4/2 \times (\theta - 30) + 500 \times 0/9 \times (\theta - 50) = 0 \Rightarrow \theta = 40/34$$



و استحکام پیوند در واکنش‌دهنده‌ها نسبت به فراورده‌ها کمتر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ۱۸۴ kJ مربوط به تفاوت انرژی پتانسیل یا شیمیایی گونه‌ها است.

(۳) در دمای ثابت تفاوتی میان انرژی گرمایی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها وجود ندارد.

(۴) در واکنش‌های گرماده پایداری فراورده‌ها بیشتر است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا داریم:

$$?gAg = 0.5 \text{ mol Ag} \times \frac{108 \text{ gAg}}{1 \text{ mol Ag}} = 54 \text{ gCu}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 54 \text{ g} \times 0.23 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \times 50^\circ\text{C} = 621 \text{ J}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

الف: غلط است - $A < B$

ب: صحیح است.

پ: صحیح است. فقط به نوع ماده وابسته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت‌های (ب) و (پ) صحیح است. بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و نباید برای توصیف آن به کار رود.

(ت) با توجه به اینکه دمای ظرف A بیشتر از ظرف B است، می‌توان گفت میانگین تندی ذرات در ظرف A بیشتر از ظرف B است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

(آ) درست، انرژی گرمایی و دمای $B > A$

(ب) نادرست، انرژی گرمایی $B > A$

(پ) درست

(ت) نادرست، انرژی گرمایی $A > B$

(ث) درست

(ج) نادرست، مقایسه انرژی گرمایی دو ماده متفاوت علاوه بر جرم و دما به ظرفیت گرمایی ویژه نیز بستگی دارد، بنابراین انرژی گرمایی این دو جسم را با توجه به اطلاعات داده شده نمی‌توان مقایسه کرد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد:

آ) درست، اگر دمای ظرف B با دمای ظرف A برابر باشد، آنگاه به دلیل بیش‌تر بودن تعداد ذرات موجود در ظرف B، انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی) محتویات ظرف B بیش‌تر است.

ب) نادرست، با توجه به عدم اطلاع از دمای دو ظرف، نمی‌توان اظهار نظر دقیقی در این‌باره نمود.

پ) درست، اگر انرژی گرمایی A و B برابر باشد بنابراین دمای ظرف A بیش‌تر از دمای ظرف B است، پس با مخلوط کردن محتویات دو ظرف با یکدیگر، دمای نهایی بین دمای ظرف A و دمای ظرف B خواهد بود.

ت) نادرست، توزیع انرژی بین ذرات سازنده یک جسم قطعاً یکسان نخواهد بود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرایش ← جامد به گاز ← f

میعان ← گاز به مایع ← b

انجماد ← مایع به جامد ← d

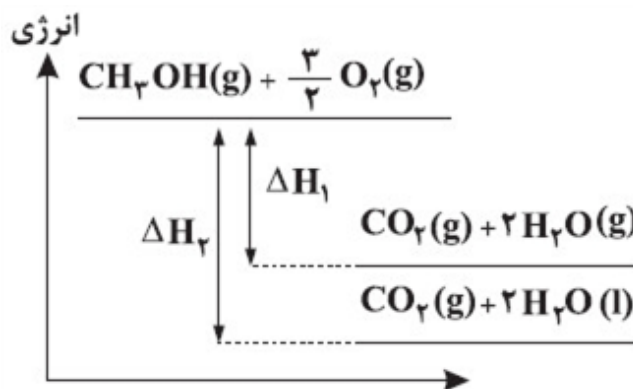
چگالش ← گاز به جامد ← a

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آنتالپی سوختن آلکان‌ها از الکل‌های هم‌کربن، بیش‌تر است.

آنتالپی مربوط به واکنش گزینه‌ی ۳: ΔH_1

آنتالپی مربوط به واکنش گزینه‌ی ۲: ΔH_2

$$\Delta H_2 > \Delta H_1$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط عبارت چهارم درست است.

این نمودار مربوط به یک فرایند گرماگیر است که انرژی از محیط به سامانه منتقل شده است. پس سطح انرژی محیط کاهش یافته است و علامت گرما برای محیط عددی منفی است.

همچنین این فرایند می‌تواند در دمای ثابت انجام شده باشد ($\Delta\theta = 0$). بنابراین انرژی گرمایی سامانه در حالت آغازین و پایانی می‌تواند نزدیک به هم باشد.

چون فرایند گرماگیر است پس می‌تواند متعلق به هم دما شدن بستنی با بدن نیز باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تنها مورد دوم نادرست است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود واکنش آ که انجماد آب است، یک واکنش گرماده است. در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فرآورده‌ها (حالت جامد) پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها (حالت مایع) است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها گزینه‌ی ۳ درست است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: تنها راه تأمین انرژی بدن، گوارش غذا (چربی‌ها و قندها) است.

گزینه‌ی ۲: مصرف کلسیم برای پیشگیری و ترمیم پوکی استخوان، بسیار مفید است.

گزینه‌ی ۴: سرانه‌ی مصرف مواد غذایی در کشورهای مختلف، متفاوت است.