

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ برابر با $-\frac{b}{2a}$ است.

$$\begin{cases} a = m \\ b = m - 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{-(m-1)}{2m} = 2 \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} 4m = -m + 1 \Rightarrow 5m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$15x^2 - 15x + 6 = 0 \Rightarrow 15 \left(x^2 - x + \frac{6}{15} \right) = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{6}{15} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 = -\frac{3}{20}$$

با اضافه کردن عدد $\frac{1}{4}$ می‌توانیم معادله را به فرم مربع کامل تبدیل کنیم.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $x = -2$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$(-2)^2 + m(-2) + m^2 - 12 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 + 32 = 36 \begin{cases} m_1 = 4 \\ m_2 = -2 \end{cases}$$

برای اینکه معادله دو جواب حقیقی متمایز داشته باشد، باید $\Delta > 0$ شود:

$$\Delta = m^2 - 4(m^2 - 12) = -3m^2 + 48 \begin{cases} m = 4 : \Delta = 0 \text{ ق ق غ} \\ m = -2 : \Delta = 36 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x - 2)^2 = (\sqrt{2} - 3)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} x - 2 = \pm(\sqrt{2} - 3) \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} - 1 \\ x_2 = -\sqrt{2} + 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1$ معادله خط تقارن سهمی

خط $x + 3 = 0$ یا همان $x = -3$ یک خط قائم است و فاصله آن تا خط قائم $x = 1$ برابر ۴ واحد است. (فاصله دو خط موازی محور y ها)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - mx + 4 = 0 \xrightarrow[\Delta=0]{\text{ریشه مضاعف}} m^2 - 4(1)(4) = 0 \Rightarrow m^2 = 16$$

$$\Rightarrow m = \pm 4$$

$$mx^2 + 2x - 2m - 1 = 0$$

$$\Delta = 2^2 + 4m(2m + 1) = 4 + 8m^2 + 4m = 4 + 8(16) + 4(\pm 4) > 0$$

پس همواره مثبت است و معادله دارای ۲ ریشه‌ی حقیقی می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$m > 0$$

$$\min = 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{36 - m(5m - 1)}{m} = -2$$

$$36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

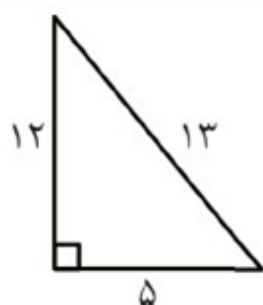
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{رابطه فیثاغورت: } (7 - 3x)^2 = (3 - x)^2 + (2x + 16)^2$$

$$49 + 9x^2 - 42x = 9 + x^2 - 6x + 4x^2 + 64x + 256$$

$$x^2 - 25x - 54 = 0$$

$$(x - 27)(x + 2) = 0$$



$$x = 27 \text{ غ ق چون طول اضلاع منفی می شود} \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 + (a - 1)x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = (a - 1) \\ c = -2 \end{cases}$$

شرط آن که معادله درجه دوم دارای دو ریشه باشد آن است که $\Delta > 0$ باشد:

$$\Delta = (a - 1)^2 - 4(3)(-2) = (a - 1)^2 + 24 > 0 \Rightarrow (a - 1)^2 > -24$$

عبارت $(a - 1)^2$ همواره عبارتی نامنفی است و به ازای هر مقدار a از -24 بزرگتر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه (۱): فقط به ازای a و b مثبت برقرار است.

گزینه (۲): نادرست، مثال نقض: $\sqrt{1+1} \neq \sqrt{1} + \sqrt{1}$

گزینه (۳): اگر a منفی و m و n زوج باشند، عبارت سمت چپ تعریف شده و عبارت سمت راست تعریف نشده است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون سهمی محور y ها را زیر محور x ها قطع کرده است، علامت c منفی است و از آنجا که

طول رأس سهمی مثبت است، پس $\frac{-b}{2a} > 0$ است چون $a > 0$ ، پس علامت b هم منفی است.

$$c < 0, b < 0$$

۱۲

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله‌ای درجه‌ی دوم است که پس از ساده‌سازی عامل درجه‌ی دوم از بین نرود. در گزینه‌ی ۱ چون ضریب x^2 در طرفین متفاوت است، پس از ساده‌سازی، معادله‌ی درجه‌ی دوم حاصل می‌شود.

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برابر بودن ریشه‌های یک معادله‌ی درجه‌ی دوم، به این معناست که معادله یک ریشه‌ی مضاعف دارد و $\Delta = 0$ است:

$$\begin{aligned} -(m-2)^2 - 4(m)(-2) &= 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 + 8m = 0 \\ m^2 + 4m + 4 &= 0 \Rightarrow (m+2)^2 = 0 \Rightarrow m = -2 \end{aligned}$$

۱۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. x_1 و x_2 محل برخورد سهمی با محور x هستند.

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x - 2)(x - 6) \xrightarrow{A(0,3)} 12a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2)(x - 6) \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 12) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{6}-2}{5-2\sqrt{6}} - 2 &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} - 2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 2 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - 2 = \frac{\sqrt{6}+2}{3-2} - 2 = \sqrt{6} \end{aligned}$$

۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} + \dots + \frac{\sqrt{8}-\sqrt{9}}{8-9} = \frac{\sqrt{1}-\sqrt{9}}{-1} = 2$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x &= k \xrightarrow{x=-1} 3(-1)^2 - 2(-1) = k \Rightarrow k = 3 + 2 = 5 \\ \Rightarrow \text{معادله: } 3x^2 - 2x - 5 &= 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(3)(-5) = 4 + 60 = 64 \\ \Rightarrow x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{64}}{2(3)} = \frac{2 \pm 8}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{5}{3} \end{cases} \text{ ریشه ی دیگر: } \end{aligned}$$

۱۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ هرگاه رابطه‌ی $a + b + c = 0$ بین ضرایب معادله برقرار باشد، در این صورت معادله الزاماً دارای دو ریشه است که یکی از ریشه‌ها $x = 1$ و دیگری $x = \frac{c}{a}$ است.

$$2x^2 + (m-2)x - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = m-2 \Rightarrow a+b+c = 2+m-2-m = 0 \\ c = -m \end{cases}$$

با توجه به معادله‌ی صورت سؤال مجموع ضرایب صفر می‌شود، پس یکی از ریشه‌های معادله الزاماً $x = 1$ است.

دقت کنید که در این حالت معادله الزاماً ریشه‌ی مضاعف ندارد، پس گزینه‌ی ۱ همیشه درست نیست. از طرفی مثبت و یا منفی بودن ریشه‌ی دیگر به علامت‌های a و c بستگی دارد و ممکن است مثبت یا منفی باشد (نادرستی گزینه‌ی ۳). ریشه‌ی دیگر معادله $-\frac{m}{2}$ است و نه $\frac{m}{2}$ (نادرستی گزینه‌ی ۴).

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله‌ی سهمی، نقطه‌ی $(-h, k)$ ، رأس سهمی است. بنابراین:

$$\begin{cases} -h = 1 \\ k = -1 \end{cases} \Rightarrow k = h = -1$$

$$-2 = a(-1)^2 - 1 \Rightarrow a = -1$$

همچنین نقطه‌ی $(0, -2)$ روی سهمی قرار دارد:

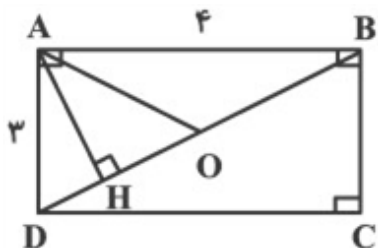
$$a + k + h = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آن‌که معادله جواب نداشته باشد باید سمت راست تساوی منفی باشد.

$$(2x - 3)^2 = 3m + 7$$

$$3m + 7 < 0 \Rightarrow 3m < -7 \Rightarrow m < -\frac{7}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5$$

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 9 = DH \times 5 \Rightarrow DH = 9/5$$

$$DO = 5/2$$

$$HO = DO - DH = 5/2 - 9/5 = 1/10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{x}{2x} \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \xrightarrow{x>0} x = 5 \Rightarrow 2x + 2 = 2(5) + 2 = 12$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{5}{15} = \frac{y-2}{12} \Rightarrow 12 \times 5 = 15(y-2) \Rightarrow y-2 = \frac{60}{15} = 4 \Rightarrow y = 4 + 2 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داده شده، دو مثلث ABE و CDE متشابه‌اند؛ زیرا $\widehat{B} = \widehat{C}$ و $\widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$.

بنابراین نسبت تشابه به صورت زیر است:

$$\frac{CE}{AE} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{ABE}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. براساس نتیجه تمرین ۵ صفحه ۳۷ کتاب هندسه (۱)، AE واسطه هندسی بین AC و AF است.

(اثبات با دو بار استفاده از قضیه تالس):

$$AE^2 = AC \times AF$$

$$(4 + EF)^2 = (19 + EF) \times 4$$

$$16 + 8EF + EF^2 = 76 + 4EF$$

$$EF^2 + 4EF - 60 = 0$$

$$(EF + 10)(EF - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} EF = -10 \\ EF = 6 \end{cases}$$

$$AC = 4 + 6 + 15 = 25$$

چون $BMNC$ دوزنقه است پس $MN \parallel BC$ داریم.

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y+4} = \frac{y^2}{y^2+5-x} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

از این تناسب نتیجه می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{y+4} = \frac{x+1}{y+x+1} \xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{4}{y} = \frac{x+1}{y}$$

$$\xrightarrow{y \neq 0} x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

حال با استفاده‌ی مجدد از تناسب بالا، داریم:

$$\frac{y^2}{y^2+5-x} = \frac{x+1}{y+x+1} \xrightarrow{x=3} \frac{y^2}{y^2+2} = \frac{4}{y+4}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل از مخرج}} \frac{y^2}{2} = \frac{4}{y} \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2$$

بنابراین، $x + y = 3 + 2 = 5$.

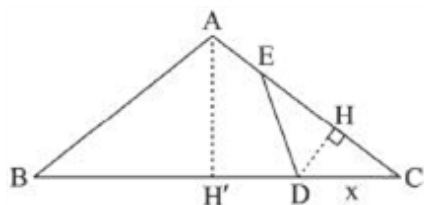
توجه داشته باشید در حل معادلات به‌جای اینکه طرفین وسطین کنیم، ابتدا با تفضیل از مخرج کردن به معادلات ساده‌تری رسیدیم بعد معادله را حل کردیم.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle EDC$ متشابه هستند زیرا دارای دو زاویه مساوی با هم هستند.

$$\begin{cases} \widehat{BAC} = \widehat{EDC} \\ \widehat{C} = \widehat{C} \end{cases} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABC \sim \triangle EDC \quad (۱)$$

در ضمن فاصله نقطه D از EC ، ارتفاع DH و فاصله نقطه A از BC ، ارتفاع AH' است و می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت دو ارتفاع برابر با نسبت تشابه است. با فرض $DC = x$ داریم:



$$\xrightarrow{(۱)} \frac{CE}{BC} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{14}{25+x} = \frac{x}{16} \Rightarrow 25x + x^2 = 14 \times 16$$

$$x^2 + 25 - 7 \times 32 = 0 \Rightarrow (x + 32)(x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -32 \text{ غ ق} \\ x = 7 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{DH}{AH'} = \frac{CE}{BC} = \frac{14}{25+7} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که در دو مثلث متشابه، نسبت محیط‌ها برابر نسبت تشابه است. کوچک‌ترین اضلاع دو مثلث متناظر هم با هم متناسبند، پس اگر طول کوتاه‌ترین ضلع مثلث دوم را x در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{\text{کوچکترین ضلع مثلث اول}}{\text{کوچکترین ضلع مثلث دوم}} = \frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} \Rightarrow \frac{۱۲}{x} = \frac{۲۱ + ۱۷ + ۱۲}{۲۰} = \frac{۵۰}{۲۰} = \frac{۵}{۲}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۲۴}{۵} = ۴ \frac{۴}{۵}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{۲} = \frac{x+y+z}{۲+۳+۶} \Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{x+y+z}{۱۱} \Rightarrow \frac{x+y+z}{x} = \frac{۱۱}{۲} = ۵ \frac{۱}{۲}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

$$AC^2 = HC \times BC \Rightarrow (۲\sqrt{۶})^2 = HC(HC + ۲)$$

$$HC^2 + ۲HC - ۲۴ = 0 \Rightarrow (HC + ۶)(HC - ۴) = 0$$

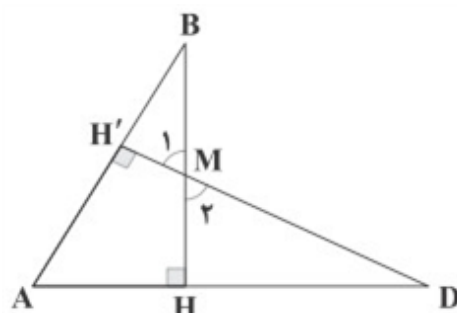
$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$HC = -۶ \quad \boxed{HC = ۴}$$

$$AH^2 = HB \times HC \Rightarrow AH^2 = ۲ \times ۴ \Rightarrow AH = ۲\sqrt{۲}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} (۲ + ۴) \times ۲\sqrt{۲} = ۶\sqrt{۲}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A} \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = ۹۰^\circ \end{array} \right. \xrightarrow{ز} \triangle ABH \sim \triangle ADH' \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BH}{DH'} = \frac{AH}{AH'}$$

$$\xrightarrow{\frac{BH}{DH'} = \frac{۲}{۳}} \frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AH'} = \frac{۲}{۳}$$

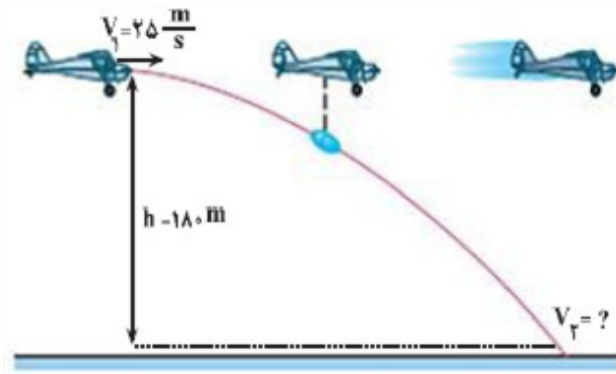
$$\xrightarrow{\substack{AH=۲ \\ AB=۶}} \left\{ \begin{array}{l} AH' = \frac{۲AH}{۳} = \frac{۲ \times ۲}{۳} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow{AB=۶} BH' = ۳ \\ AD = \frac{۳}{۲} AB = \frac{۳}{۲} \times ۶ = ۹ \xrightarrow{AH=۲} DH = ۷ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \text{ (متقابل به راس)} \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = ۹۰^\circ \end{array} \right. \xrightarrow{ز} \triangle MBH' \sim \triangle MDH \Rightarrow \frac{BM}{MD} = \frac{BH'}{DH} = \frac{MH'}{MH} (*)$$

فاصله‌ی M از دو ضلع AB و AD یعنی MH' و MH ، پس داریم:

$$\frac{MH'}{MH} \stackrel{(*)}{=} \frac{BH'}{DH} = \frac{۳}{۷}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون بسته از هواپیمای در حال حرکت رها شده، در لحظه رها شدن سرعت هواپیما را داشته است. از طرف دیگر، چون تنها نیروی مؤثر نیروی وزن بسته است، یعنی از مقاومت هوا می‌توانیم صرف‌نظر کنیم. بنابراین با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{E=K+U} K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 25^2 + 10 \times 180 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow 625 + 3600 = v_2^2 \Rightarrow v_2 = 65 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت بسته در لحظه برخورد به زمین، $65 \frac{m}{s}$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$E_1 = E_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mV_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mV_2^2 \Rightarrow (10 \times (0)) + \frac{1}{2}(150)^2 = (10 \times h_2) + \frac{1}{2}(50)^2$$

$$0 + \frac{1}{2} \times 22500 = 10h_2 + \frac{1}{2} \times 2500 \Rightarrow 11250 = 10h_2 + 1250 \Rightarrow h_2 = \frac{10000}{10} = 1000m$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$E_1 = E_2 + W_{f \text{ هوا}}$$

$$E_1 = E_2 + 0.7E_1$$

$$0.3E_1 = E_2 \Rightarrow 0.3(mgh) = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow 0.3 \times 10 \times 200 = \frac{1}{2}V^2$$

$$1400 = \frac{1}{2}V^2 \Rightarrow V^2 = 2800 \Rightarrow V = \sqrt{2800} \cong 53 \frac{m}{s}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta K + \Delta U = W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_1^2) - mg\Delta h = W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2} \times 4(15^2 - 0) - 4 \times 10 \times 20 = W_{f_k} \Rightarrow 450 - 800 = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -350J$$

توان را بر حسب وات به دست می‌آوریم.

$$P = 40 \times 750 \Rightarrow P = 30000 \text{ W}$$

کار کل در مدت ۵s خواهد شد:

$$W_t = Pt \Rightarrow W = 30000 \times 5 = 150000 \text{ J}$$

بنا به قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[v_2 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}]{v_1 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 150000 = \frac{1}{2} m (625 - 225)$$

$$\Rightarrow m = 750 \text{ kg}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا توان کل و جرم آب مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{180 \times 10^6}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{18}{8} \times 10^8 = \frac{9}{4} \times 10^8 \text{ W}$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow \frac{9}{4} \times 10^8 = \frac{m \times 10 \times 9}{1} \Rightarrow m = \frac{1}{9} \times 10^9 \text{ kg}$$

بنابراین:

بنابراین حجم آب مورد نیاز برابر است با:

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{1}{9} \times 10^9 = 1000 \times V \Rightarrow V = \frac{10^6}{9} = 2500 \text{ m}^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا جرم آب را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = 1 \times 2000 = 2000 \text{ kg}$$

می‌دانیم عمق چاه برابر h می‌باشد و آب به اندازه (h + ۵) متر در راستای قائم توسط تلمبه بالا می‌آید. بنابراین طبق

قضیه کار - انرژی جنبشی و رابطه توان خروجی داریم:

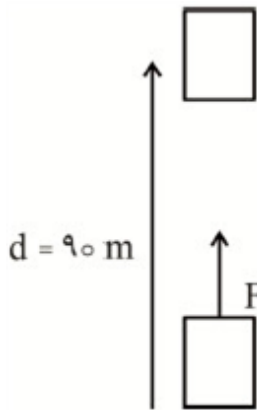
$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} \xrightarrow{P_{\text{خروجی}} = 20 \text{ kW} = 2 \times 10^4 \text{ W}, t = 60 \text{ s}} 2 \times 10^4 = \frac{W_{\text{پمپ}}}{60}$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 120 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W_{\text{mg}} + W_{\text{پمپ}} = \Delta K \Rightarrow -mg(h + 5) + W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_1 = 0, v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} -2000 \times 10 \times (h + 5) + 120 \times 10^4 = \frac{1}{2} \times 2000 \times 400$$

$$\Rightarrow 120 = 2(h + 5) + 40 \Rightarrow 2(h + 5) = 80 \Rightarrow h + 5 = 40 \Rightarrow h = 35 \text{ m}$$



$$F = mg$$

$$F = 500 \times 10 = 5000 \text{ N}$$

$$W = Fd \cos(0) = 5000 \times 90 \times 1 = 450000 \text{ J}$$

$$W = \frac{p}{t} = \frac{450000}{30} = 15000 \text{ Watt} = 15 \text{ kW}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تبدیل یکا از درجه‌ی سلسیوس به فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ است:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=3/4\theta} 3/4\theta = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow 1/6\theta = 32 \Rightarrow \theta = 20^\circ \text{ C}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا اختلاف دما برحسب درجه سلسیوس را می‌یابیم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow{\theta_2=30^\circ \text{ C}, \theta_1=5^\circ \text{ C}} \Delta\theta = 30 - 5 = 25^\circ \text{ C}$$

اکنون اختلاف دما را برحسب درجه فارنهایت تعیین می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta=25^\circ \text{ C}} \Delta F = \frac{9}{5} \times 25 = 45^\circ \text{ F}$$

در آخر، با توجه به این که $\Delta T = \Delta\theta$ است، بنابراین اختلاف دما برحسب کلون برابر $\Delta T = 25 \text{ K}$ می‌باشد. دقت کنیداز آنجایی که $T = \theta + 273$ است، لذا $\Delta T = \Delta\theta$ می‌باشد. همچنین، چون $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ می‌باشد، بنابراین

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \text{ خواهد بود.}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارات را یک به یک بررسی می‌کنیم: بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف: نادرست است. گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد و مزیت آن این است که

به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با جسم موردنظر، به تعامل گرمایی می‌رسد. (سرعت بالای سنجش دما)

عبارت ب: درست است. طبق رابطه $T = \theta + 273$ ، با دو برابر شدن θ ، مقدار T افزایش می‌یابد ولی به دو برابر نمی‌رسد.

عبارت پ: نادرست است. اساس کار دماسنج نواری دو فلزه مبتنی بر متفاوت بودن ضریب انبساط طولی فلزات است.

عبارت ت: درست است. آب به دلیل انبساط غیرعادی خود، در دمای 4° C ، کم‌ترین حجم و در نتیجه بیش‌ترین چگالی را

دارد.

تغییر دما بر حسب فارنهایت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = F_2 - F_1 \Rightarrow \Delta F = 104 - (-58) = 162^\circ F$$

اکنون تغییر دما را بر حسب درجه‌ی سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 162 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 90^\circ C$$

حال تغییر طول پل را حساب می‌کنیم:

$$\Delta l = l_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta l = 1200 \times 2 \times 10^{-6} \times 90$$

$$\Rightarrow \Delta l = 0.216 \text{ m} = 21.6 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{0.3}{100} L_1 + L_1 = 1.003 L_1$$

$$L_2 = L_1 (1 + \lambda \Delta \theta) \text{ ضریب انبساط طولی } \lambda$$

$$1.003 L_1 = L_1 (1 + \lambda \Delta \theta) \Rightarrow \frac{1.003 - 1}{\Delta \theta} = \lambda \Rightarrow \frac{0.003}{50} = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{6 \times 10^{-5}}{^\circ K}$$

افزایش مساحت فلز از رابطه‌ی $\Delta A = A_1 2\alpha \Delta \theta$ به دست می‌آید:

$$\Delta A = A_1 2\alpha \Delta \theta \Rightarrow 8 = 4000 \times 2\alpha \times 50 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

ضریب انبساط حجمی فلزات برابر است با: 3α

$$3\alpha = 6 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

به اندازه‌ی انبساط حجم بنزین، بنزین از باک خودرو سرریز می‌شود.

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow \Delta V = 50 \times 10^{-3} \times 30 = 1.5 \text{ L}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اختلاف انبساط حجمی ظرف و گلیسرین باید برابر با $4/7 \text{ cm}^3$ باشد.

$$\Delta V_{\text{گلیسرین}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 4/7$$

$$\Rightarrow \beta V_1 \Delta \theta - 3\alpha V_1 \Delta \theta = 4/7 \Rightarrow (\beta - 3\alpha) V_1 \Delta \theta = 4/7$$

$$\Rightarrow (5 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-5}) \times 200 \Delta \theta = 4/7$$

$$\Rightarrow 4/7 \times 10^{-4} \times 200 \Delta \theta = 4/7 \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ C$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی مدت زمان لازم برای افزایش دمای آب، داریم:

$$P \cdot t = mc (\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow[\theta_1 = 20^\circ C, \theta_2 = 70^\circ C, c = 4200 \frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ C}]{P = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W}, m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}}$$

$$2000 \times t = 0.2 \times 4200 \times (70 - 20) \Rightarrow t = \frac{0.2 \times 4200 \times 50}{2000} = 21 \text{ s}$$

$$Q = mC\Delta\theta \quad \Delta\theta = 10$$

$$\Delta Q = 45$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. **۴۸**

$$C = \frac{Q}{m\Delta\theta} = \frac{45 \times 10^3 \text{ J}}{5 \times 10^3 \text{ kg} \times 10^\circ \text{C}} \Rightarrow C = 0.9 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}} = 0.9 \frac{\text{J}}{\text{gr}^\circ \text{K}}$$

$$Q = 7200 \text{ J}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۴۹**

$$m = 360 \text{ g} = 0.36 \text{ kg}$$

$$\Delta\theta = 70 - 20 = 50^\circ \text{C}$$

$$Q = mC\Delta\theta \Rightarrow C = \frac{Q}{m\Delta\theta} = \frac{7200}{0.36 \times 50} = \frac{7200}{18} \Rightarrow C = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

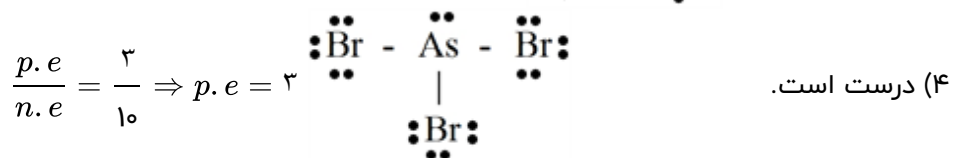
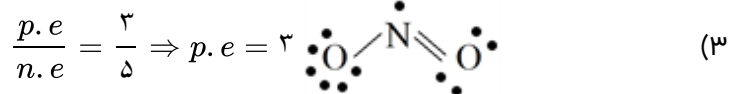
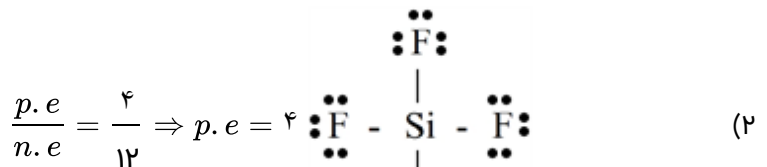
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۵۰**

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. **۵۱**

$$\frac{p.e}{n.e} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow p.e = 4 \text{ H} - \text{C} \equiv \text{N} \cdot (1)$$

درست است.

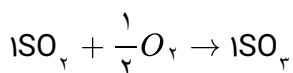
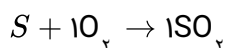
شکل صحیح گزینه‌های ۲ و ۳



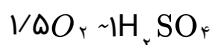
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: **۵۲**

$$? \text{gCO}_2 = 1 \text{ m}^3 \times \frac{1000 \text{ L gas}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{95 \text{ LCH}_4}{100 \text{ L gas}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{22/4 \text{ LCH}_4} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{44 \text{ gCO}_2}{1 \text{ mol CO}} \approx 1866 \text{ gCO}_2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. واکنش‌ها به صورت زیر انجام می‌شوند:



یعنی برای تولید ۱ مول H_2SO_4 ، $\frac{1}{5}$ مول O_2 مصرف می‌شود.

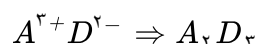


حال باید حساب کنیم با مصرف ۴/۴۸ لیتر اکسیژن چند گرم اسید تولید می‌شود.

$$?g H_2SO_4 = 4/48 LO_2 \times \frac{1 mol O_2}{22.4 LO_2} \times \frac{1 mol H_2SO_4}{1/5 mol O_2} \times \frac{98 g H_2SO_4}{1 mol H_2SO_4} \approx 13.6 g H_2SO_4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

بررسی موارد:



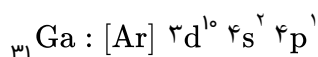
(آ) درست

(ب) نادرست، در لایه ظرفیت اتم‌های Fe و Cr بیش از ۲ الکترون وجود دارد

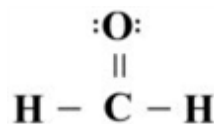
(پ) درست، در ترکیب یونی Al_2O_3 ، آنیون و کاتیون هم‌الکترون بوده و آرایش الکترونی یکسانی دارند.

(ت) درست

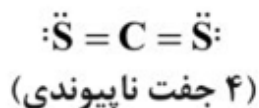
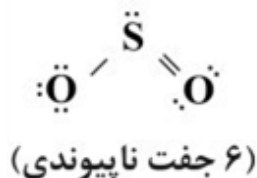
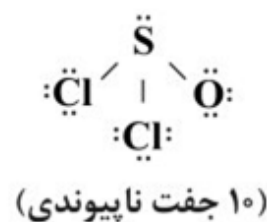
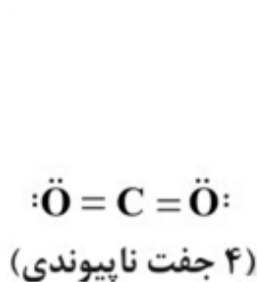
(ث) درست، عنصر A می‌تواند عنصر Ga_{31} نیز باشد.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ساختار لوویس CH_2O که به صورت مقابل است، در مجموع ۴ پیوند وجود دارد:



ساختار لوویس ترکیب‌های داده‌شده و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن‌ها در زیر آمده است:



همان‌طور که می‌بینید شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی دو ترکیب CO_2 و CS_2 با شمار پیوندهای موجود در ساختار لوویس CH_2O برابر است.

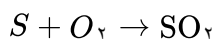
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا داریم:

۵۶



$$\left(1 \text{ mol } N_2(g) \times 28 \frac{g}{\text{mol}}\right) + \left(4 \text{ mol } H_2O(g) \times 18 \frac{g}{\text{mol}}\right) = 100g$$

$$?g(NH_4)_2Cr_2O_7 = 100g \times \frac{1 \text{ mol } (NH_4)_2Cr_2O_7}{100g} \times \frac{252g(NH_4)_2Cr_2O_7}{1 \text{ mol}} = 252g$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:

۵۷



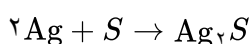
پس ۰/۲ مول O_2 لازم است.

$4 \times 101g KNO_3$	$5 \text{ mol } O_2$
x	$0.2 \text{ mol } O_2$

$$\Rightarrow x = 16/16 \Rightarrow x \simeq 16/2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، با توجه به شکل داده شده، فرمول فرآورده Ag_2S است. بنابراین می‌توان نوشت:

۵۸



$$?gAg = 49/6g - 6/6g = 43/2gAg$$

$$? \text{ mol } Ag = 43/2gAg \times \frac{1 \text{ mol } Ag}{108gAg} = 0.2 \text{ mol } Ag$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۹

$$120gSO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64gSO_2} \times \frac{N_A \text{ مولکول } SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} \times \frac{4 \text{ اتم}}{\text{مولکول } SO_2} = 6N_A \text{ اتم}$$

$$6N_A \text{ مولکول } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{N_A \text{ مولکول } O_2} \times \frac{32gO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 192gO_2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶۰

(۱) درست

(۲) نادرست: گازهای اوزون و اکسیژن، آلوتروپ‌ها یا دگرشکل‌های هم هستند.

(۳) نادرست: گاز اکسیژن به دلیل نقطه جوش کم و داشتن نیروی بین مولکولی ضعیف‌تر، سخت‌تر از اوزون به مایع تبدیل می‌شود.

(۴) نادرست: اگر مخلوط شامل دو مایع اوزون و اکسیژن را گرم کنیم، ابتدا اکسیژن به دلیل نقطه جوش کم به گاز تبدیل می‌شود.

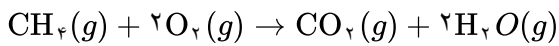
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد «پ» و «ت» درست هستند.

۶۱

بررسی موارد نادرست:

الف: واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن برگشت‌پذیر است.

ب: اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیش‌ترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.



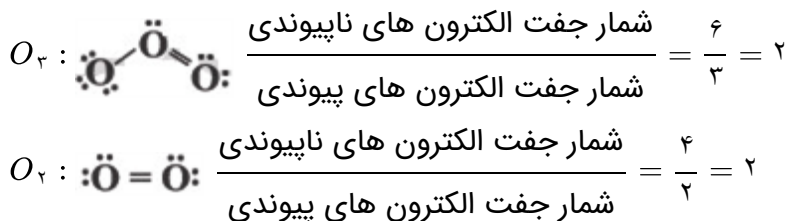
$$g\text{O}_2 = \frac{1}{2} \text{mol CH}_4 \times \frac{2 \text{mol O}_2}{1 \text{mol CH}_4} \times \frac{32 \text{g O}_2}{1 \text{mol O}_2} = 6/4 \text{g O}_2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. موارد «آ»، «پ» و «ث» صحیح هستند. ۶۳

(آ): جرم مولی گاز اوزون بیش‌تر از گاز اکسیژن است، بنابراین دارای چگالی بیشتری نسبت به گاز اکسیژن است. چگالی اوزون در حدود ۲/۱۴ گرم بر لیتر و چگالی اکسیژن حدود ۱/۴۳ گرم بر لیتر است.
(ب): گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن ناپایدارتر است پس دارای واکنش‌پذیری بیش‌تری است.
(پ): گاز اوزون دارای ۳ اتم اکسیژن و گاز اکسیژن دارای ۲ اتم اکسیژن است.
پس نسبت جرم مولی گاز اوزون به گاز اکسیژن به صورت زیر است:

$$\frac{\text{جرم مولی گاز اوزون}}{\text{جرم مولی گاز اکسیژن}} = \frac{\text{جرم اتم اکسیژن} \times 3}{\text{جرم اتم اکسیژن} \times 2} = \frac{3}{2}$$

(ت):

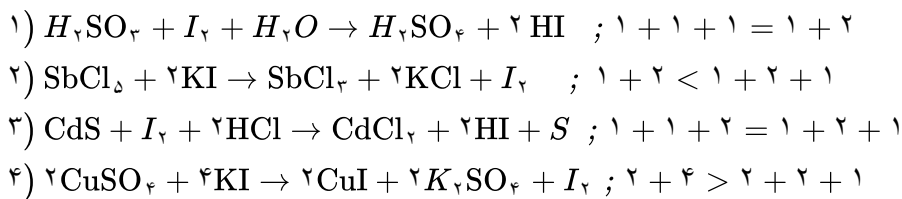


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارتهای «الف» و «ت» و «ث» نادرست هستند. ۶۴

بررسی عبارتهای نادرست:

الف) H_2O گاز گلخانه‌ای است که مانع خروج بخشی از پرتوهای الکترومغناطیس می‌شود.
ت) پرتوهای خورشیدی پس از برخورد به زمین با طول موج‌های بلندتر به هواکره باز می‌گردند.
ث) کربن‌دی‌اکسید مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای است و نقش تعیین کننده‌ای در آب و هوای زمین دارد.

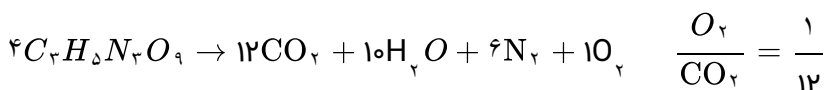
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی موازنه شده‌ی هر چهار واکنش در زیر آمده است: ۶۵



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی سوختن کامل متان به صورت $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ است که مجموع ۶۶

ضرایب مواد آن برابر ۶ است و در معادله‌ی $4\text{NH}_3 + 5\text{O}_2 \rightarrow 4\text{NO} + 6\text{H}_2\text{O}$ ضریب H_2O برابر ۶ است.

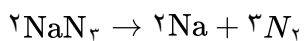
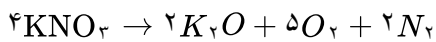
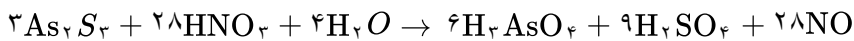
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۷





پس مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در معادله این واکنش برابر ۱۶ است و بر اساس آن می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 4\text{molHNO}_3 \quad 3 \times 64\text{gSO}_2 \quad 0.1\text{molHNO}_3 \times 3 \times 64\text{gSO}_2 \\ 0.1\text{molHNO}_3 \quad x \quad \Rightarrow x = \frac{0.1\text{molHNO}_3 \times 3 \times 64\text{gSO}_2}{4\text{molHNO}_3} \\ x = 4.8\text{gSO}_2 \end{aligned}$$



$$? \text{mol N}_2 = 60 / 64 \text{gKNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{gKNO}_3} \times \frac{2 \text{ mol N}_2}{4 \text{ mol KNO}_3} = 0.3 \text{ mol N}_2$$

جرم NaN_3 موردنیاز برای تولید 0.3 mol N_2 :

$$? \text{gNaN}_3 = 0.3 \text{ mol N}_2 \times \frac{2 \text{ mol NaN}_3}{3 \text{ mol N}_2} \times \frac{65 \text{gNaN}_3}{1 \text{ mol NaN}_3} = 13 \text{gNaN}_3$$